

HIPPOLYTE PLESSIX

A. ROUSSIN

Solution de la question 326 (Prouhet)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 299

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__299_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 526 (PROUHET)

(voir page 329) ;

PAR M. HIPPOLYTE PLESSIX,

Élève du collège Rollin (classe de M. Suchet),

ET M. A. ROUSSIN,

Élève du lycée Bonaparte (classe de M. Bouquet).

Si les racines d'une équation du troisième degré sont $p^2, q^2, 2pq$, les racines de la dérivée sont rationnelles.

En effet, une équation du troisième degré admettant les racines $p^2, q^2, 2pq$ sera de la forme

$$(1) \quad x^3 - (p + q)^2 x^2 + (p^2 q^2 + 2p^3 q + 2pq^3) x + K = 0.$$

Alors l'équation dérivée sera

$$(2) \quad 3x^2 - 2(p + q)^2 x + (p^2 q^2 + 2p^3 q + 2pq^3) = 0,$$

et les racines de cette équation seront

$$x = \frac{(p + q)^2 \pm \sqrt{(p + q)^4 - 3p^2 q^2 - 6p^3 q - 6pq^3}}{3}.$$

Pour prouver que ces racines sont rationnelles, il n'y a qu'à prouver que la quantité sous le radical est un carré parfait. Or cette quantité égale

$$p^4 - 2p^3 q + 3p^2 q^2 - 2pq^3 + q^4,$$

polynôme qui est le carré de $(p^2 - pq + q^2)$.

Donc les racines de l'équation (2) sont rationnelles.

Note du Rédacteur. M. l'abbé Sauze, S. J., professeur au collège Sainte-Marie à Toulouse, donne la même solution.
