NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

HIPPOLYTE PLESSIX

A. ROUSSIN

Solution de la question 326 (Prouhet)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 299

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__299_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 326 (PROUHET)

(voir page 329) ;

PAR M. HIPPOLYTE PLESSIX,
Élève du collége Rollin (classe de M. Suchet),
ET M. A. ROUSSIN,
Élève du lycée Bonaparte (classe de M. Bouquet).

Si les racines d'une équation du troisième degré sont p^2, q^2, $2pq$, les racines de la dérivée sont rationnelles.

En effet, une équation du troisième degré admettant les racines p^2, q^2, $2pq$ sera de la forme

$$(1)\quad x^3 - (p+q)^2 x^2 + (p^2q^2 + 2p^3q + 2pq^3)x + K = 0.$$

Alors l'équation dérivée sera

$$(2)\quad 3x^2 - 2(p+q)^2 x + (p^2q^2 + 2p^3q + 2pq^3) = 0,$$

et les racines de cette équation seront

$$x = \frac{(p+q)^2 \pm \sqrt{(p+q)^4 - 3p^2q^2 - 6p^3q - 6pq^3}}{3}.$$

Pour prouver que ces racines sont rationnelles, il n'y a qu'à prouver que la quantité sous le radical est un carré parfait. Or cette quantité égale

$$p^4 - 2p^3q + 3p^2q^2 - 2pq^3 + q^4,$$

polynôme qui est le carré de $(p^2 - pq + q^2)$.

Donc les racines de l'équation (2) sont rationnelles.

Note du Rédacteur. M. l'abbé Sauze, S. J., professeur au collége Sainte-Marie à Toulouse, donne la même solution.
