

PAINVIN

Solution de la question 315

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 239-240

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__239_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 315

(voir p. 52);

PAR M. PAINVIN,

Professeur.

L'énoncé de la question n'est pas exact (*).

Soient :

x_i, y_i, z_i les coordonnées du point M_i ;

(*) On a omis le facteur $n - 1$.

x, y, z celles du point E;

X, Y, Z celles du point N;

A étant pris pour axe des coordonnées

$$X = \sum x_i, \quad Y = \sum y_i, \quad Z = \sum z_i,$$

je cherche le *minimum* de l'expression suivante :

$$F = \overline{M_1 E}^2 + \overline{M_2 E}^2 + \dots + \overline{M_n E}^2 - p \overline{AE}^2,$$

$$F = \sum [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2] \\ - p (x^2 + y^2 + z^2);$$

cette expression devient, en développant et en posant

$$x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = l_i^2,$$

$$F = \sum l_i^2 + (n - p)(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xX + yY + zZ)$$

ou

$$F = \sum l_i^2 - \frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{n - p} \\ + (n - p) \left[\left(x - \frac{X}{n - p} \right)^2 + \left(y - \frac{Y}{n - p} \right)^2 + \left(z - \frac{Z}{n - p} \right)^2 \right];$$

sous cette forme on voit immédiatement que le *minimum* de l'expression F s'obtiendra en posant

$$x = \frac{X}{n - p}, \quad y = \frac{Y}{n - p}, \quad z = \frac{Z}{n - p}.$$

Le point E ne coïncidera avec le point N que lorsqu'on fera $p = n - 1$.

Note du Rédacteur. M. Félix Lucas, élève de l'École Polytechnique, est parvenu au même résultat.