NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

JULES VIEILLE

Sur la question de mathématiques spéciales qui avait été proposée au dernier concours

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 28-29

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__28_0>

SUR LA QUESTION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES QUI AVAIT ÉTÉ PROPOSÉE AU DERNIER CONCOURS.

Au Rédacteur.

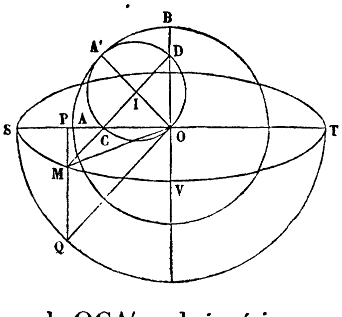
Monsieur,

Je lis dans le numéro de septembre dernier des *Nouvelles Annales*, page 359, à propos de la question de mathématiques spéciales qui fut proposée au concours général et retirée par suite de réclamation, l'observation suivante :

« La première partie est facile, mais la seconde paraît » difficile, si l'on n'emploie pas le calcul infinitésimal. »

La seconde partie se résout aisément en s'appuyant sur ce que l'aire *elliptique* décrite par le rayon vecteur est dans un rapport constant avec le secteur qui lui correspond dans le cercle décrit sur le grand axe de l'ellipse comme diamètre.

Deux mots vont éclaircir ce point.



Lorsqu'un cercle OCA′ roule intérieurement sur la circonférence d'un autre cercle AA′B d'un rayon double, on démontre d'abord sans difficulté que tout point M situé à l'extérieur ou à l'intérieur du cercle mobile et lié invariablement à ce cercle, est dans les mêmes conditions que s'il appartenait à une droite mobile MCID dont le segment CD, intercepté entre deux axes fixes et rectangulaires (OA, OB), serait constamment égal au diamètre du cercle roulant (A est le point de contact des deux cercles, quand le point M se trouve en S sur la ligne des centres).

Il résulte de là, comme on sait, que le lieu décrit par M est une ellipse SMVT dont les demi-axes ont pour longueurs OS et AS, et sont dirigés suivant OA et OB. La normale à cette ellipse est la droite qui va du point décrivant M au point de contact A' du cercle roulant.

Maintenant, si l'on décrit un cercle sur le grand axe ST comme diamètre, et qu'on mène l'ordonnée PMQ, on a

$$\frac{\text{secteur elliptique MSO}}{\text{secteur circulaire QSO}} = \frac{\text{OV}}{\text{OS}} = \frac{\text{SA}}{\text{OS}};$$

or le secteur circulaire croît proportionnellement à son angle QOS. Il sera donc prouvé que le secteur elliptique croît proportionnellement à l'angle MCS décrit par le rayon qui va du centre I du cercle mobile au point décrivant, si l'on démontre l'égalité des deux angles QOS et MCS. En effet, on a

$$\frac{\text{MP}}{\text{PQ}} = \frac{\text{SA}}{\text{OS}} = \frac{\text{MC}}{\text{OQ}};$$

donc les triangles rectangles QOP, MCP sont semblables, et MC est parallèle à OQ, etc.

Cette solution s'est également présentée à mon honorable collègue M. Vannson, qui surveillait avec moi les opérations du concours.

Agréez, etc.

16 octobre 1854.

JULES VIEILLE.

Note. M. le lieutenant Mannheim nous a aussi communiqué une solution. M. Mauduit, professeur au lycée de Metz, vient de nous adresser une bonne solution complète des deux parties du problème. TM.