NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

VOLPICELLI

Théorème sur les équations algébriques et sur une progression arithmétique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 120-122

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__120_1>

THÉORÈME SUR LES ÉQUATIONS ALGÉBRIQUES ET SUR UNE PROGRESSION ARITHMÉTIQUE;

PAR M. VOLPICELLI,
Professeur à l'école d'artillerie de Rome (*

1. Soit l'équation

$$x^n - \sum_2^n \frac{n!}{n-r!\,r!}\left[(p+q)^r - (p^r + q^r)\right]x^{n-r} = 0,$$

p et q nombres entiers positifs; l'indice sommatoire se rapporte à r; cette équation n'a qu'une seule racine positive réelle, et elle est toujours irrationnelle lorsque $n > 2$.

2. La puissance n^a, n et a étant des nombres entiers positifs, est égale à la somme d'une progression arithmé-

(*) Connu par ses belles observations sur la diversité des rayons solaires calorifiques, confirmant celles de Melloni tique dont : 1° la raison d est quelconque; 2° le premier terme est $n^{a-1} - \frac{d(n-1)}{2}$; 3° le nombre de termes est n. Propriété énoncée par M. Wheatstone dans la Société royale de Londres.

3. Il est facile de généraliser cet énoncé.

Soit

$$S_1 = \sum_0^n \varphi_1(a, b, c \ldots + r),$$

φ est une fonction quelconque donnée a, b, c,..., r des quantités quelconques; l'indice se rapporte à r.

Si l'on veut que $S_1 = f(n)$, où f est une fonction donnée, on peut déterminer les quantités, a, b, c,..., de manière à satisfaire à l'équation pour toute valeur de n.

Si l'on avait encore d'autres équations semblables, par exemple

$$S_2 = \sum_0^n \varphi_2(a, b, \ldots r) \ldots, \quad \text{et} \quad S_2 = f_2(n),$$

on pourrait déterminer les inconnues de manière que $S_1 = S_2, \ldots$.

Note du Rédacteur. M. Coupy, professeur au Prytanée de la Flèche, nous a aussi adressé une démonstration de cette propriété et de ses diverses applications numériques. La même propriété a été insérée dans le *Cosmos,* tome V, page 645, 1854, en ces termes : « Voyez ce que peut le » génie! Il a fait de M. Wheatstone, petit fabricant d'in- » struments de musique, un des plus illustres physi- » ciens de l'Angleterre et du monde, le créateur de la » télégraphie électrique. M. Wheatstone quitte un instant » la physique pour aborder la science si difficile des nom- » bres et arrive d'un seul coup à constater une foule de » propriétés merveilleuses qui avaient échappé aux plus » habiles mathématiciens. »

Comment cette assertion finale est-elle échappée au savant disciple de l'illustre M. Cauchy?