

## **Note sur la divisibilité des nombres**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 14 (1855), p. 118-120

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1855\\_1\\_14\\_\\_118\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__118_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

## NOTE SUR LA DIVISIBILITÉ DES NOMBRES.

$p$  étant le nombre des chiffres d'une période décimale provenant de la fraction  $\frac{1}{m}$ , on a

$$10^p - 1 \equiv \dot{m}, \quad \text{et} \quad 10^{kp} - 1 \equiv \dot{m};$$

$k$  est un nombre entier positif quelconque.

*Corollaire I.*  $N$  étant un nombre entier positif quelconque, on a

$$N \cdot 10^{pk} - N \equiv \dot{m}.$$

*Corollaire II.*  $p, m, N$  conservant même signification, si l'on divise  $N$  en tranches de  $p$  chiffres de droite à gauche, la dernière tranche à gauche peut renfermer moins de  $p$  chiffres. Soit  $n$  la somme de toutes ces tranches, on aura

$$N - n \equiv \dot{m}.$$

En effet, soient  $t_1, t_2, t_3, \dots$  ces tranches, on a

$$N = t_1 + t_2 \cdot 10^p + t_3 \cdot 10^{2p} + \dots,$$

ou

$$t_1 - t_1 \equiv \dot{m}, \quad t_2 \cdot 10^p - t_2 \equiv \dot{m}, \quad t_3 \cdot 10^{2p} - t_3 \equiv \dot{m}, \dots;$$

---

(\*) Les travaux de MM. de Polignac et Tchetbichef sont les premiers pas vers la démonstration de ces inaccessibles théorèmes.

ajoutant, on a

$$N - n = \dot{m}.$$

*Corollaire III.* Faisant  $p = 2r$ , et soit  $m$  un nombre premier

$$10^{2r} - 1 = \dot{m} = (10^r + 1)(10^r - 1);$$

$10^r - 1$  n'est pas divisible par  $m$ , puisque la période a  $2r$  chiffres. Donc

$$10^r + 1 = \dot{m}, \quad \text{et} \quad 10^{(2k+1)r} + 1 = \dot{m}.$$

Supposons qu'on partage  $N$  en tranches de  $r$  chiffres de droite à gauche, on aura

$$\begin{aligned} N &= t_1 + t_2 \cdot 10^r + t_3 \cdot 10^{2r} + t_4 \cdot 10^{3r} + \dots, \\ t_1 - t_1 &= \dot{m}, \quad t_2 \cdot 10^r + t_2 = \dot{m}, \\ t_3 \cdot 10^{2r} - t_3 &= \dot{m}, \quad t_4 \cdot 10^{3r} + t_4 = \dot{m} \dots \end{aligned}$$

Soient

$$\begin{aligned} t_1 + t_3 + t_5 + \dots &= u, \\ t_2 + t_4 + t_6 + \dots &= v, \end{aligned}$$

on aura

$$N - (u - v) = \dot{m}.$$

### *Application.*

$m = 3$ , alors  $p = 1$ ; il faut partager  $N$  en tranches chacune de 1 chiffre.

$m = 9$ , alors  $p = 1$ ; il faut partager  $N$  en tranches chacune de 1 chiffre.

$m = 7$ , alors  $p = 6$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 3 chiffres, et faire la somme des tranches de rang pair et de rang impair.

$m = 11$ , alors  $p = 2$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 1 chiffre.

$m = 13$ , alors  $p = 6$ ; il faut partager  $N$  comme pour le cas de  $m = 7$ .

$m = 17$ , alors  $p = 16$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 8 chiffres.

$m = 19$ , alors  $p = 18$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 9 chiffres.

$m = 23$ , alors  $p = 22$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 11 chiffres.

$m = 37$ , alors  $p = 3$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 3 chiffres.

$m = 101$ , alors  $p = 4$ ; il faut partager  $N$  en tranches de 2 chiffres.

Ces théorèmes sont indiqués dans le *Journal de Cambridge*, et se trouvent dans l'*Algèbre* de Mayer et Choquet, 5<sup>e</sup> édition, page 232.