Nouvelles annales de mathématiques

Note sur la divisibilité des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 118-120

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__118_1>

NOTE SUR LA DIVISIBILITÉ DES NOMBRES.

p étant le nombre des chiffres d'une période décimale provenant de la fraction $\frac{1}{m}$, on a

$$10^p - 1 = \dot{m}, \quad \text{et} \quad 10^{kp} - 1 = \dot{m};$$

k est un nombre entier positif quelconque.

Corollaire I. N étant un nombre entier positif quelconque, on a

$$N.10^{pk} - N = \dot{m}.$$

Corollaire II. p, m, N conservant même signification, si l'on divise N en tranches de p chiffres de droite à gauche, la dernière tranche à gauche peut renfermer moins de p chiffres. Soit n la somme de toutes ces tranches, on aura

$$N - n = \dot{m}.$$

En effet, soient t_1, t_2, t_3,... ces tranches, on a

$$N = t_1 + t_2.10^p + t_3 10^{2p} + \ldots,$$

ou

$$t_1 - t_1 = \dot{m}, \quad t_2.10^p - t_2 = \dot{m}, \quad t_3 10^{2p} - t_3 = \dot{m}, \ldots;$$

(*) Les travaux de MM. de Polignac et Tchetbichef sont les premiers pas vers la démonstration de ces inaccessibles théorèmes.

ajoutant, on a

$$N - n = \dot{m}.$$

Corollaire III. Faisant $p = 2r$, et soit m un nombre premier

$$10^{2r} - 1 = \dot{m} = (10^r + 1)(10^r - 1);$$

$10^r - 1$ n'est pas divisible par m, puisque la période a $2r$ chiffres. Donc

$$10^r + 1 = \dot{m}, \quad \text{et} \quad 10^{(2k+1)r} + 1 = \dot{m}.$$

Supposons qu'on partage N en tranches de r chiffres de droite à gauche, on aura

$$N = t_1 + t_2 . 10^r + t_3 . 10^{2r} + t_4 . 10^{3r} + \ldots,$$

$$t_1 - t_1 = \dot{m}, \quad t_2 . 10^r + t_2 = \dot{m},$$

$$t_3 . 10^{2r} - t_3 = \dot{m}, \quad t_4 . 10^{3r} + t_4 = \dot{m} \ldots$$

Soient

$$t_1 + t_3 + t_5 + \ldots = u,$$

$$t_2 + t_4 + t_6 + \ldots = v,$$

on aura

$$N - (u - v) = \dot{m}.$$

Application.

$m = 3$, alors $p = 1$; il faut partager N en tranches chacune de 1 chiffre.

$m = 9$, alors $p = 1$; il faut partager N en tranches chacune de 1 chiffre.

$m = 7$, alors $p = 6$; il faut partager N en tranches de 3 chiffres, et faire la somme des tranches de rang pair et de rang impair.

$m = 11$, alors $p = 2$; il faut partager N en tranches de 1 chiffre.

$m = 13$, alors $p = 6$; il faut partager N comme pour le cas de $m = 7$.

$m = 17$, alors $p = 16$; il faut partager N en tranches de 8 chiffres.

$m = 19$, alors $p = 18$; il faut partager N en tranches de 9 chiffres.

$m = 23$, alors $p = 22$; il faut partager N en tranches de 11 chiffres.

$m = 37$, alors $p = 3$; il faut partager N en tranches de 3 chiffres.

$m = 101$, alors $p = 4$; il faut partager N en tranches de 2 chiffres.

Ces théorèmes sont indiqués dans le *Journal de Cambridge*, et se trouvent dans l'*Algèbre* de Mayer et Choquet, 5e édition, page 232.