

## Note sur le principe des forces vives

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 14 (1855), p. 105-110

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1855\\_1\\_14\\_\\_105\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__105_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

### **NOTE SUR LE PRINCIPE DES FORCES VIVES.**

---

Nous croyons utile d'émettre quelques idées sur ce qu'on appelle le principe des forces vives, dont on fait un si fréquent emploi, quoique l'application ne soit pas toujours aussi facile qu'on est tenté de le croire. Remontons à l'origine de ce principe. Toute question sur les

quantités, nombres, lignes, forces, etc., se réduisent finalement à des équations qu'il faut résoudre, soit en cherchant les valeurs des inconnues, objet de l'Algèbre ordinaire, soit en cherchant la forme des fonctions des inconnues, objet de l'Analyse infinitésimale. On cherche autant que possible à diminuer le nombre des équations; ainsi dans l'analyse élémentaire, en élevant au carré toutes les équations (à second membre nul) et égalant la somme à zéro, cette équation unique, avec quelques restrictions, peut tenir lieu de toutes les équations. Il en est de même dans le calcul transcendant; une intégrale peut souvent tenir lieu de beaucoup d'équations différentielles: ainsi tous les problèmes de mécanique, en dernière analyse, se bornent à obtenir pour les forces égales, mais inconnues, des expressions diverses; cette diversité d'expressions fournit des équations différentielles dites d'*équilibre*, que l'on remplace autant qu'on peut par des intégrales; et c'est une de ces intégrales qui a reçu le nom spécial d'équation aux *forces vives*, dénomination, à certains égards, très-vicieuse; car, si la force est une entité métaphysique dont on pourrait, dont on devrait débarrasser la science, mais dont au moins on croit avoir une idée précise, à la portée de nos sens matériels, la force vive est un surcroît d'entité, une double entité à laquelle rien de réel ne correspond dans la nature. On a *matérialisé* un résultat de calcul; et de même que dans le langage ordinaire, les expressions métaphoriques donnent naissance à tant de conclusions fausses ou boiteuses, la création d'êtres de raison dans les sciences amène souvent de fausses appréciations, des jugements équivoques; toutefois, n'importe le nom, l'équation des forces vives est précieuse, en tant qu'elle représente le double de la quantité de travail, quantité qu'il est souvent plus facile de reconnaître dans le jeu des machines que les forces motrices dont

cette quantité tire sa source : c'est à l'invasion de plus en plus considérable des machines dans le monde industriel qu'il faut attribuer le rôle important que les forces vives ont pris dans la pratique et dont ne s'occupaient naguère que les philosophes, et les géomètres quand ils étaient philosophes.

Dans ce nombre brille au premier rang le célèbre Boscowich , membre d'une Société fameuse par sa puissante organisation , par son indestructible vitalité. L'idée lumineuse et profonde d'assimiler les forces instantanées dites percussions , chocs , etc. , à des sommations instantanées de forces continues , émise par l'illustre jésuite, est aujourd'hui *implicitement* la base de la mécanique industrielle. Le principe de la continuité ainsi introduit dans la phoronomie, la pesanteur qui est une force continue agissant sous nos yeux à chaque instant, se présentait naturellement comme l'unité dynamique indiquée par la nature ; aussi aujourd'hui toute pression, compression, dilatation, élasticité, tension, etc. , est évaluée par des poids en équilibre, et toute percussion, impulsion, choc, etc. , par des poids en mouvement. Mais cette évaluation des forces vives est souvent sujette à de grandes difficultés et peut occasionner de singuliers mécomptes ; car alors il n'est pas permis de négliger les mouvements mêmes moléculaires : toute manifestation de mouvement, n'importe sa nature, se fait aux dépens de la force et ne peut être négligée. Ainsi lorsque Laplace compare la quantité de mouvement à un fluide qui se transmet d'un vase dans un autre, la comparaison n'est pas seulement poétique, elle est d'une grande justesse ; le fluide qui pénètre partout et qui va d'un côté est enlevé à l'autre. Prenons, pour éclaircir ceci, l'exemple très-simple de deux corps mus qui se choquent ; outre l'impulsion, il y a déformation, et cet effet de déformation absorbe une partie de la force

qui est ainsi dérobée à l'impulsion, tellement que, quelque considérable que soit l'impulsion, si la mollesse du corps choqué est extrême, le choc ressenti sera faible, tout étant employé à déformer le corps : la composition physique du corps influe sur les résultats mécaniques, de sorte que la quantité de travail n'est pas toujours une mesure précise de la totalité de la force vive réellement développée.

Écoutons ce que disait Lambert sur les forces vives en 1770.

« Il y a environ un siècle, ou, pour mieux dire, avant  
 » le temps de Galilée et de Descartes, il était à peine né-  
 » cessaire de s'arrêter longtemps, dans les Traités de sta-  
 » tique, sur l'idée de la force. Aujourd'hui cela est de-  
 » venu d'autant plus nécessaire, qu'en parcourant ce qui a  
 » été écrit dans la discussion Leibnitz et dans la discussion  
 » Maupertuis, on ne sait plus à quoi s'en tenir sur cette  
 » idée par elle-même si simple. Depuis on a fait de  
 » toutes les modifications de la force des forces particu-  
 » lières; on a mis ainsi sur la scène des forces *vives*,  
 » *mortes*, *intrinsèques*, *accélératrices*, etc. Bilfinger y a  
 » même ajouté ses *vires indifférentes*, *consentientes*,  
 » *coincidentes*, *dissentientes*, *repugnantes*, *disjunctas*,  
 » *parallelas*, *mixtas*, *purus*, etc.; à celles-ci viennent  
 » encore se joindre : *actio*, *potentia*, *pressio*, *sollicitatio*,  
 » *impetus*, *conatus*, *impactus*, etc., idées pour lesquelles  
 » la langue fournit des mots qui, à cause de leur signi-  
 » fication indéterminée, sont difficiles à déterminer et  
 » sont d'autant plus propres, à l'aide d'arbitraires défi-  
 » nitions, à fournir des théorèmes qu'on croit avoir dé-  
 » montrés, tout embrouillés qu'ils sont. J'avoue volon-  
 » tiers que je n'ai jamais pu bien comprendre la plupart  
 » de ces mots, nonobstant leurs définitions. En effet, j'ai  
 » toujours pensé que les premiers principes de la méca-  
 » nique devaient être plus simples et n'avaient pas besoin

» de cet étalage de mots et de définitions. Ainsi je com-  
 » prenais très-bien, par exemple, que si le produit de la  
 » masse par le carré de la vitesse avait quelque emploi  
 » fréquent en mécanique, il était bon, pour abrégér, de  
 » donner un nom à ce produit; et comme les mots sont  
 » les signes arbitraires des idées, je compris encore qu'on  
 » nommât ce produit; *force* et, si l'on veut, *force vive*.  
 » Mais par là le mot *force* et même *force vive* ne devient-  
 » il pas équivoque? C'est une tout autre question à la-  
 » quelle, après mûres réflexions, il faudrait répondre affir-  
 » mativement, et, s'il en est ainsi, Leibnitz aurait à tout  
 » égard mieux fait de choisir, pour désigner ce *produit*,  
 » tout autre mot que le mot *force*. Par là du moins la  
 » logomachie qui s'est introduite dans la dispute aurait  
 » été évitée, et la question si ce produit reste constant  
 » dans tous les cas et peut être admis comme cause  
 » finale se serait présentée sous une autre face. On peut  
 » dire la même chose de la *moindre action* de Mauper-  
 » tuis: le mot *action* est depuis longtemps équivoque  
 » dans la langue; par exemple, dans les expressions  
 » *action des rayons solaires, action du feu, etc.*, qui  
 » désignent des idées compliquées; on se sert même de  
 » ce mot pour désigner les actes des hommes, qui sont  
 » composés de beaucoup d'actions plus simples. » (*Bei-  
 » trage zum Gebrauche der Mathematik. Documents pour  
 » l'usage des mathématiques et leurs applications; 2<sup>e</sup> par-  
 » tie, 2<sup>e</sup> section, p. 370; Berlin, 1770.*)

C'est donc une idée malheureuse d'avoir donné la notion  
 obscure de la force vive pour base à l'enseignement élémen-  
 taire de la mécanique, et, par contre, d'avoir retranché de  
 l'enseignement la notion si claire des couples, la plus belle  
 conception phoronomique du XIX<sup>e</sup> siècle, conception fran-  
 çaise. C'est plus qu'une faute: c'est un crime contre le  
 pays et contre la science.

Mais citons deux autorités qui pèsent dans la balance.

« Quelles que soient, en réalité, les qualités fondamentales de la conception de M. Poinsoot par rapport à la statique, on doit néanmoins reconnaître, ce me semble, que c'est surtout au perfectionnement de la dynamique qu'elle se trouve par sa nature essentiellement destinée, et je crois pouvoir assurer à cet égard que cette conception n'a point encore exercé son influence la plus capitale. Il faut la regarder, en effet, comme directement propre à perfectionner sous un rapport très-important les éléments mêmes de la dynamique générale. »

Voilà comment s'exprimait, en 1830, un géomètre, philosophe éminent (*Philosophie positive*, t. I, p. 615). Depuis, deux Mémoires de M. Poinsoot, chefs-d'œuvre de sagacité et de pénétration, ont réalisé les vœux de M. A. Comte et ont perfectionné considérablement les éléments de la dynamique.

La seconde autorité est celle du célèbre auteur de la *Géométrie supérieure*. « Nous pouvons regarder cette élégante théorie des couples comme une conception éminemment heureuse. » (*Histoire des Méthodes*, p. 415; 1837.)

C'est donc, comme disent les Anglais, un *ungeometrical spirit* qui a dicté la radiation de cette théorie; le même esprit qui a proscrit la *Statique* de Poinsoot, a prescrit la *Géométrie* de Clairaut, que l'illustre mathématicien paraît avoir écrite pour la célèbre marquise du Châtelet; mollement raisonné, cet ouvrage, *per le donne*, n'est propre qu'à faire des non-géomètres.

On vient de recommander l'*Algèbre* de Lacroix. A la bonne heure! Cet ouvrage conserve son mérite intrinsèque d'être une œuvre mathématique.