NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Note sur les puissances des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 424-425
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__424_2>

NOTE SUR LES PUISSANCES DES NOMBRES

(voir t IV, p. 637 ; t V, p. 25 ; DROT).

1. Euclide montre par la géométrie la composition du carré du binôme ; on peut montrer de la même ma-

(*) Selon la Vulgate. Le vrai sens est *perversi* : c'est ce qu'exprime le mot hébreu *sorerim*.

nière le carré du trinôme, du quadrinôme et d'un polynôme quelconque ; c'est une observation de M. Faraguet. La géométrie suffit aussi pour faire voir très-simplement la composition du cube du binôme ; mais la complication augmente avec le nombre de termes.

Euclide montre l'identité $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; on pourrait encore montrer les identités

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$$

Les puissances supérieures au cube dépassent les limites de l'étendue.

2. Soit $(a \,.\, 10^n + b^m)$, où a, b, m, n sont des nombres entiers positifs ; supposons que b, m, n sont des nombres constants et que a seul varie : les n premiers chiffres à droite restent les mêmes. Cette propriété donne le moyen de raccourcir les Tables des puissances des nombres, en disposant ces nombres suivant une progression arithmétique dont la raison est 10^n ; tant que b ne change pas, les n premiers chiffres à droite, une fois écrits, servent toujours. M. Caillet, auteur d'un excellent Traité de Navigation (*), a mis ainsi sur une seule page les carrés des nombres de 1 à 1600 (t. I, p. 197). Les Tables de Büchner donnent les carrés et les cubes des nombres de 1 à 12000 ; si l'on adopte la méthode de M. Caillet, on pourrait facilement étendre ces Tables jusqu'à 100000, sans une augmentation de volume. On a remarqué depuis longtemps que les Tables des carrés peuvent servir à effectuer des multiplications, d'après l'identité

$$ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2.$$

(*) *Traité élémentaire de Navigation*, à l'usage des officiers de la marine militaire et de la marine du commerce ; par V. Caillet, examinateur de la marine. Brest, 1848 ; 2 vol. in-8.