NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Triangles polaires réciproques et triangles polaires réciproques supplémentaires

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 377-381

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__377_1>

TRIANGLES POLAIRES RÉCIPROQUES ET TRIANGLES POLAIRES RÉCIPROQUES SUPPLÉMENTAIRES.

1. Soient un triangle sphérique ABC; et

A', A''	les pôles de l'arc	BC,
B', B''	id.	AC,
C', C''	id.	AB.

En combinant les six pôles trois à trois, et rejetant les combinaisons où entrent les mêmes lettres, on obtient les huit triangles

$$\begin{array}{ll} A' B' C', & A'' B'' C'', \\ A' B' C'', & A'' B'' C', \\ A' C' B'', & A'' C'' B', \\ B' C' A'', & B'' C'' A'. \end{array}$$

Chacun de ces huit triangles est polaire réciproque relativement au triangle donné ABC. Soit, par exemple, le triangle $A''B''C''$,

$$\begin{array}{lcc} A'' & \text{est le pôle de} & BC, \\ B'' & \text{id.} & AC, \\ C'' & \text{id.} & AB; \end{array}$$

donc

$$\begin{array}{lcc} C & \text{est le pôle de} & A''B'', \\ B & \text{id.} & A''C'', \\ A & \text{id.} & B''C''. \end{array}$$

La distance de deux pôles est égale, soit à l'angle formé par les grands cercles correspondant à ces pôles, soit au supplément de cet angle. Les *côtés* et les *angles* d'un triangle ont donc des relations d'égalité ou des relations de *suppléments* avec les *angles* et les *côtés* du triangle donné; mais parmi ces triangles polaires, un seul n'a que des relations *supplémentaires*. Il est désigné sous le nom de *triangle supplémentaire*.

L'idée des triangles polaires est de Viète : « *Si sub apicibus singulis propositi tripleuri sphærici describantur maximi circuli : tripleurum ita descriptum, tripleuri primum propositi, lateribus et angulis est reciprocum.* » (*Opera mathematica*, page 418; Lugd. Bat., 1646.)

Les grands cercles étant décrits avec des rayons sphériques, il est évident que les sommets sont les pôles des grands cercles. La construction de Viète implique les huit triangles, mais l'énoncé ne semble se rapporter qu'au triangle supplémentaire. Viète se sert de deux autres modes de transformation. Le premier, qu'il nomme κατ' ἀναπλήρωσιν, par *supplément*. Prolongeant les côtés jusqu'à leurs seconds points d'intersection, on obtient ainsi trois nouveaux triangles. Le second mode, qu'il nomme *enallagen* πλευρογωνικην, changement de côtés en angles et angles en côtés. Il mêle ces deux modes, ce qui amène d'inutiles complications. Mais le premier qui ait décrit et employé explicitement le triangle polaire supplémentaire, c'est le célèbre géomètre hollandais Snellius : *Si ex angulis dati tripleuri tanquam polis, maximi circuli describantur, comprehendent tripleurum cujus latera et anguli, laterum et angulorum primi datorum residuis reciproce respondeant.* C'est la proposition VIII du livre III (page 120) de l'ouvrage suivant : *Willebrordi Snellii à Royen R. F. doctrinæ triangulorum canonicæ libri quatuor, quibus canonis sinuum, tangentium et secantium constructio, triangulorum tam planorum quam sphæricorum expedita dimensio breviter ac perspicue traditur; post mortem auctoris in lucem editi a Martino Hortensio Delfensi qui istis problematum gæodesicorum et sphæricorum tractatus singulos adjunxit quibus præcipuarum utriusque trigonometriæ propositionum usu declaratur. Lugduni Batavorum*, 1629; in-8 de 224 pages.

Snellius ne prétend pas être l'inventeur du théorème, car il en dit : *Theorema hoc perutile est et sequentibus demonstrationibus libri 4 peroportunum, atque a plerisque varie sollicitatum, ac legibus non necessariis alligatum : quod nos iis vinculis liberatum generaliter hic proponimus.*

Il a seulement délivré ce théorème *a vinculis*; cela signifie probablement qu'il a débarrassé le problème des inutiles complications de Viète et d'autres. Dans le livre quatrième, où il se sert du triangle supplémentaire pour calculer les côtés, les angles étant connus, il adopte la dénomination de Viète, *ennalagen* πλευρογωνικήν (lib. IV, p. 2.2. p. 186). L'ouvrage de Snellius a été édité par Martinus Hortensius, jeune géomètre ami de l'auteur; après la dédicace aux États généraux de Hollande, vient la préface où Hortensius dit que l'impression était commencée, lorsque l'auteur fut attaqué de la maladie dont il est mort (13 octobre 1626), à l'âge de trente-cinq ans, et, selon l'usage du temps, on lit deux épîtres louangeuses en vers adressées à Hortensius par Hugo Borel et Joh. Corneli Waardanus. L'ouvrage est accompagné de Tables de sinus, formant un ouvrage à part, avec une autre pagination et un autre titre, portant la date de 1626, et a été imprimé du vivant de l'auteur. Mais Hortensius avertit qu'il ne faut pas trop se fier à ces Tables, l'auteur étant déjà malade lors de la révision.

Les initiales R. F. qui accompagnent le nom de Snellius, signifient Rudolphi Filii. Le père était aussi professeur de mathématiques à l'Université de Leyde, et le fils lui a succédé en 1613; Rudolphe Snellius est auteur de l'ouvrage suivant : *Rudolphi Snellii in P. Rami geometriam prælectiones, cum lectissimis Lazari Schœneri et Johannis Thomæ Freigii explicationibus, ad præcipua quæque elementa statim adjectis illustratæ. Francof. ex off. typogr. Johannis Saurii impensis hæredum Petri Fischeri.* MDXCVI; in-8 de 361 pages.

Le fils est surtout célèbre par son *Eratosthenes Batavus; de terræ ambitus vera quantitate suscitatus.* Leyde, 1617; in-4. L'auteur, à ving-six ans, a donné le premier une méthode *pour mesurer* un degré terrestre qui est encore en usage, et a aussi le premier mesuré avec quelque exactitude un degré terrestre. Ses papiers restèrent entre les mains de Hortensius, et, depuis, les héritiers de ce professeur les montraient sans difficulté. Huyghens dit y avoir lu un volume complet (*volumen integrum*) d'optique où Snellius donne la véritable loi de la réfraction, volume qui n'a jamais été publié, et Huyghens ajoute que Descartes a eu aussi ces papiers en communication. Cette assertion d'un personnage aussi considérable jette quelque ombrage sur la découverte du philosophe. Toutefois, son nom doit y rester attaché; car, dans les sciences, la publicité seule constitue un droit à la priorité, à moins qu'un plagiat ne soit authentiquement constaté, et Descartes, gentilhomme et ancien officier français, était essentiellement homme d'honneur.