NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

CH. FORESTIER

Valeur de l'année tropique en jours solaires moyens, et rapport du jour moyen au jour sidéral

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 291-295

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__291_1>

VALEUR DE L'ANNÉE TROPIQUE EN JOURS SOLAIRES MOYENS, ET RAPPORT DU JOUR MOYEN AU JOUR SIDÉRAL;

PAR M. CH. FORESTIER,
Professeur au Lycée de Metz.

Soient x la durée du jour moyen en jour sidéral, a la durée de l'année tropique en jours sidéraux, et δ la rétrogradation des équinoxes en une année.

En un jour sidéral, la Terre effectue une rotation de 360 degrés. Dans le même temps, le Soleil fictif, dont le mouvement uniforme sur l'équateur détermine le jour moyen, parcourt $\frac{360^\circ - \delta}{a}$, puisque, dans a jours sidéraux, il parcourt $360^\circ - \delta$. Donc, dans le temps x, la rotation de la Terre sera $360 . x$, et celle du Soleil moyen $\frac{360 - \delta}{a} \cdot x$. Le premier arc surpassant le second de 360 degrés, on a

$$360 . x = 360 + \frac{360 - \delta}{a} x,$$

d'où

$$x\left(a - 1 + \frac{\delta}{360}\right) = a; \tag{1}$$

a jours sidéraux donnent l'année tropique, donc

$$1^{\text{ann. trop.}} = \left(a - 1 + \frac{\delta}{360}\right)^{\text{jours sol. moy.}}.$$

En prenant

$$a = 366,242226 \quad \text{et} \quad \delta = 50'',1,$$

on a

$$\frac{\delta}{360} = 0,0000386 \quad \text{et} \quad 1^{\text{ann. trop.}} = 365^{\text{j. sol. moy.}},2422646.$$

En faisant $\delta = 0$, on aurait la valeur de l'année tropique, dans le cas où il n'y aurait pas de précession des équinoxes,

$$1^{\text{ann. trop.}} = (a - 1)^{\text{j. sol. moy.}}$$

La relation (1) fournit la valeur du jour moyen en jour sidéral

$$x = \frac{a}{a - 1 + \frac{\delta}{360}}.$$

Note du Rédacteur.

On ne peut mesurer le temps qu'à l'aide d'un mouvement uniforme; on ne peut savoir si un mouvement est uniforme qu'en le comparant à un autre mouvement uniforme· ceci implique une chaîne indéfinie de conditions; par conséquent, la constatation rigoureuse d'un mouvement uniforme est impossible (*). Toutefois, en mécanique céleste on admet que la rotation de la Terre est un mouvement circulaire uniforme. Depuis un grand nombre de siècles, dans une infinité d'applications, cette

(*) L'égalité de deux longueurs est une idee certaine et *claire;* car on peut superposer ces longueurs : ce moyen n'existe pas pour des temps *égaux*. Aussi l'égalité de deux temps est une idée certaine, mais *obscure*, qu'on embrouille en voulant l'éclaircir, ainsi que cela arrive toujours pour ce genre d'idées. L'illustre sir W. Hamilton a fondé sur la notion du *temps pur*, la métaphysique des signes et des opérations algébriques; conception kantiste d'importation difficile, quej'essayerai peut-être, à tout hasard.

hypothèse n'a donné aucun résultat inexact; donc cette hypothèse, sous le point de vue physique, équivaut à une certitude. La durée d'une rotation constitue le jour sidéral.

L'année sidérale est la durée d'une révolution de la Terre autour du Soleil. Le nombre de jours sidéraux compris dans une année sidérale est irrationnel : il est compris entre 366 et 367. Une longue suite d'observations ont appris que ce nombre est sensiblement égal à 366,25638; autrement 100 000 années sidérales comprennent à peu près 36625638 jours sidéraux; de sorte que si l'étoile α était dans le méridien supérieur au commencement d'une année sidérale, elle y sera encore à peu près au bout de la 100000^e^ année sidérale, et y aura paru dans cet espace de temps 36925638 fois.

On conclut aussi par observation que, dans ce même intervalle de temps, le Soleil paraîtra 36525638 fois dans le méridien supérieur. On appelle *jour solaire* l'intervalle de temps entre une apparition du Soleil dans le méridien supérieur et l'apparition suivante; ainsi, dans le même espace de temps, on a 36625638 apparitions méridiennes sidérales et 36525638 apparitions solaires; les jours solaires sont inégaux. La longueur moyenne d'un tel jour est donc exprimée par le nombre fractionnaire $\frac{36625638}{36525638} = 1,0027378$ jour sidéral. Cette longueur moyenne du jour solaire, déduite de l'année sidérale, n'est pas en usage, parce que les calculs astronomiques se rapportent à l'année équinoxiale.

L'année équinoxiale est la durée de temps que met la Terre à aller d'un équinoxe vernal à l'équinoxe vernal suivant. Le nombre de jours sidéraux renfermés dans cette année est aussi irrationnel; l'observation donne 366,24222. Autrement, dans 100 000 années tropiques, il s'écoule 36624222 jours sidéraux à peu près. Le nombre de fois que, dans ce même intervalle, le Soleil paraît dans le méridien supérieur est 36524222; de sorte que la longueur moyenne du jour solaire, déduite de l'année tropique, est $\frac{36624222}{36524222} = 1,00273790$.

Ainsi un jour solaire moyen vaut 1,002737 jour sidéral : c'est le rapport adopté; il s'accorde jusqu'à la sixième décimale avec le rapport déduit de l'année sidérale.

Pendant une année sidérale, la Terre décrit sur la sphère céleste 360 degrés; dans une année équinoxiale, qui est moindre que l'année sidérale, la Terre décrit moins de 360, soit $360^{\circ} - \delta$. On trouve δ d'une manière approchée à l'aide de cette proportion :

$$36625638 : 36624222 :: 360 : 360 - \delta;$$

de là

$$\delta = 50'',1\,;$$

c'est la précession des équinoxes que l'on déduit de la longueur de l'année tropique, mais non celle-ci de la précession des équinoxes. Ce n'est que la comparaison des longueurs des années équinoxiales et sidérales qui fait connaître la précession, et qui a sa cause dans la surface épicycloïdale que des forces perturbatrices font décrire à l'axe terrestre. On sait, d'ailleurs, que l'équinoxe est un point de l'orbite où la tangente à cette orbite est la projection orthogonale de l'axe de la Terre (*).

On comptait autrefois l'année d'un solstice d'hiver au solstice d'hiver suivant; de là le nom d'*année tropique*, conservé improprement pour désigner l'année équinoxiale.

(*) A cause de la nutation, la précession varie de 33" a 67".

La longueur de l'année tropique, à cause des forces perturbatrices, est variable. Voici la formule de Bessel :

$$\text{année tropique} = 365{,}2422203 - t\,0{,}00000006686;$$

$t =$ années écoulées depuis 1800.

D'après cette formule, la longueur de l'année tropique 1854 est 365,2422166.