Faure

Question 278 (Jacobi) (t. XII, p. 200)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 202-203

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__202_1>

QUESTION 278 (JACOBI)

(t. XII, p 260),

PAR M. FAURE,

Lieutenant d'Artillerie.

Désignons par S la longueur de l'un quelconque des axes de nos surfaces; la quantité $\frac{K^2}{S^2}$ est racine d'une équation de la forme

$$S^3 - AS^2 + BS - C = 0.$$

Les valeurs des coefficients de cette équation se trouvent dans tous les Traités élémentaires, il est donc inutile de les rappeler ici. En cherchant leurs valeurs pour la première équation, on trouve :

$$\begin{aligned}
A = {} & (b'c'')^2 + (b''c)^2 + (bc')^2 + (c'a'')^2 + (c''a)^2 + (ca')^2 \\
& + (a'b)^2 + (a''b)^2 + (ab')^2; \\
B = {} & (bc')(b''c)[(ac'')(ca') + (ba'')(ab')] \\
& + (bc')(b'c'')[(ca')(c'a'') + (ab')(a'b'')] \\
& + (cb'')(b'c'')[(ac'')(c'a'') + (ba'')(a'b'')] \\
& + (a'b'')(c'a'')[(ac'')(ba'') + (ca')(ab')](ab')(ba'')(ca')(ac''); \\
C = {} & \left\{\begin{array}{l} \quad bc'\,[(ba'')(c'a'') - (ac'')(a'b'')] \\ + cb''[(ba'')(c'a'') - (ac'')(a'b'')] \\ + b'c''[(ab')(ac'') - (ca')(ba'')] \end{array}\right\}^2.
\end{aligned}$$

Pour calculer les valeurs de ces mèmes quantités relativement à la seconde équation, il suffit de remarquer que l'on passe de celle-ci à la première, en permutant les quantités a', a'', b, b'', c, c' avec b, c, a', c', a'', b'' respectivement. Or il arrive que, par cette permutation, les valeurs de A, B, C ne changent pas; donc nos deux surfaces, qui sont d'ailleurs évidemment des ellipsoïdes, ont les mêmes axes.