NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Mélanges

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 337-345

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__337_1>

MÉLANGES.

1. M. Meray (Charles), élève de l'institution Barbet (lycée Saint-Louis), démontre ainsi le théorème de projection stéréographique (page 101). Il conserve la même figure, et désigne par I l'intersection de la corde NN' prolongée avec la tangente AB; I est le pôle de CT; donc les quatre droites CN, CI, CN', CI' forment un faisceau harmonique; le diamètre XX' étant parallèle au rayon CI du faisceau, on a donc

$$tn = tn'.$$

2. M. Villemsens, élève de M. Catalan, institution Jauffret, fait observer que le problème résolu par M. Mannheim (p. 113) reste le même, en rendant fixes les centres et diminuant les rayons d'une longueur égale au plus petit rayon; par là, le plus petit cercle se réduit à un point que nous désignons par A; S étant le centre de similitude des deux autres cercles, on trouve le point d'intersection fixe A' de tous les cercles satisfaisant à la question, avec la droite SA; le lieu des centres est donc

la perpendiculaire à SA passant par le milieu de AA′; il est évident qu'on trouve quatre droites qui se coupent au centre radical des cercles donnés.

3. *Angles*. Bertrand (de Genève) désigne par ce mot, non des inclinaisons, mais des aires *infinies* ayant entre elles des rapports *finis*. Dans ce système, les *angles plans* sont des *faces*, et il se sert de cette locution, qui est une conséquence de sa manière de définir l'angle; mais en rejetant cette définition, la locution n'est plus admissible. Car l'angle solide ne présente aucun sens dans le système des inclinaisons, et Legendre s'est rapproché ici de Bertrand, *en disant* que l'angle solide est l'*espace angulaire compris entre plusieurs plans qui se réunissent en un même point* (liv. V, *défin*. 6). Voici les définitions d'Euclide, relativement aux trois espèces d'angle.

Un angle plan est l'inclinaison de deux lignes l'une sur l'autre, lorsqu'elles sont dans un même plan, sans être sur la même droite [liv. I, *défin*. 8 (*)]. Lorsque les lignes qui comprennent l'angle sont droites, alors l'angle se nomme *angle rectiligne* (liv. I, *défin*. 9).

On voit qu'Euclide définit l'angle de deux lignes en général avant de définir l'angle rectiligne, et cela devait être, puisqu'il définit aussi la ligne en général avant la ligne droite.

Angle dièdre. L'inclinaison de deux plans l'un sur l'autre est l'angle aigu formé par les deux droites menées par un même point de l'intersection commune, perpendiculairement à cette intersection, dans chacun de ces deux plans (liv. XI, *défin*. 6); et il ajoute : Les inclinaisons de plusieurs plans sont dites *semblables*, lorsque les angles d'inclinaison décrits ci-dessus sont égaux (*défin*. 7).

(*) Définition ambiguë. R. Simson, dans sa traduction d'Euclide, la regarde comme une addition *editoris minus periti* (Notae).

Ainsi la mesure de l'inclinaison sert de définition, sauf à démontrer plus loin la constance de cette mesure.

Un angle solide est l'inclinaison d'au moins trois lignes l'une sur l'autre qui se rencontrent sans être dans le même plan; *autrement*, un angle solide est celui qui est limité par au moins trois angles plans, qui se réunissent en un même point sans être dans un même plan (liv. XI, *défin.* 11).

Euclide donne deux définitions : la première, pour conserver l'analogie d'inclinaison; mais, cette définition n'étant pas claire, il en présente une seconde qui diffère par l'énoncé de celle de Legendre. A vrai dire, l'angle solide est un être *suî generis* qui ne peut pas se rattacher géométriquement aux deux autres angles. En effet, un angle plan ajouté à lui-même, reste angle plan formé par deux droites; il en est de même de l'angle dièdre : mais un angle trièdre ajouté à un angle trièdre, ne reste pas angle trièdre. Aussi, Lorentz, dans sa traduction d'Euclide, propose de donner à l'angle solide le nom de *coin* [ECKE (*)]. On ne peut comparer ces *coins* entre eux que sous le point de vue *dynamique*. Supposons que les sommets de deux angles solides soient les centres de deux sphères de même rayon. Si les points de chaque sphère exercent une action attractive dépendant de la distance sur les sommets devenus centres, les résultantes de ces actions sont proportionnelles aux aires des surfaces sphériques interceptées par l'angle solide. Cette aire sert de mesure et aussi de définition à l'angle solide, genre de définition qui peut aussi s'appliquer aux deux autres angles.

Quant aux angles de contact, d'osculation, ils appartiennent à cette classe d'idées que Leibnitz appelle *idées certaines et obscures*; et il y en a beaucoup de cette es-

(*) *Coin*, *cuneus* viennent du grec γωνια.

pèce en mathématiques. Telles sont les droites, la direction, les osculations de diverses espèces, les coefficients différentiels de divers ordres, etc.; il ne règne pas le moindre doute sur l'existence de ces objets, quoiqu'ils soient d'une représentation si obscure, qu'en cherchant à les éclaircir, on ne parvient qu'à substituer une obscurité à l'autre, et le plus souvent on perd au change.

4. *Problème polaire.* On a n points fixes dans un plan, et une relation entre les distances d'un point M à ces foyers, on demande à mener une tangente au lieu géométrique de M; problème proposé par Ehrenfried Walther de Tschirnhausen, dans sa *Medicina mentis*, page 68 (*), et résolu par Fatio, et ensuite, d'une manière générale, par l'Hôpital (*Analyse des infiniment petits*, page 27). On trouve encore dans ce dernier ouvrage une manière de mener une tangente à une courbe décrite par le point d'une droite de longueur fixe, et s'appuyant sur deux courbes; la manière de mener des tangentes aux développées par réflexion et réfraction, etc.

5. Un professeur, dans une Lettre anonyme signée P.-P. G., me dit que les nouveaux p. ogrammes et même les anciens sont d'une *pénurie incroyable*, et ensuite me conseille de mettre les *Nouvelles Annales en rapport avec les programmes*. Il veut donc que les *Nouvelles Annales* soient aussi d'une *pénurie incroyable*. Ce n'est certainement pas son idée; mais il croit que « les *Nouvelles Annales* sont d'un caractère trop élevé, du moins pour les candidats ordinaires : tout au plus sont-elles à la portée des candidats supérieurs. » Je répondrai que les élèves *ordinaires*, pas plus que les professeurs *ordinaires*,

(*) Logique a l'usage des géometres; d'une lecture attrayante; riche gentilhomme de la haute Lusace; il a vécu pour la science qu'il a enrichie des *Caustiques*, etc. Le grand roi l'a nommé, en 1699, membre associé de l'Académie des Sciences à l'âge de trente et un ans, par exception. Ne en 1651; mort en 1708.

ne s'enquièrent d'un journal mathématique quelconque, élémentaire ou non. Les uns se contentent de donner des leçons, les autres de les recevoir. Il n'y a que ceux qui *veulent* connaître l'état actuel et même passé de la science, *aspirant* au progrès, qui lisent ces journaux. Or, une telle volonté, une telle aspiration ne se rencontrent guère que chez des esprits d'une certaine supériorité. Aussi plusieurs de nos questions s'adressent aux élèves supérieurs, et ils y répondent; d'autres questions, pour l'instruction générale élevée, s'adressent aux professeurs supérieurs, et plusieurs veulent bien s'en occuper. D'ailleurs, je prie M. P.-P. G. de prendre en considération deux points essentiels. Le premier est que les *Nouvelles Annales* sont dans la douzième année, et que tous les endroits épineux des éléments ont été traités à diverses fois et sous diverses faces, et l'on ne peut revenir éternellement sur les mêmes objets. S'il y a des omissions, des oublis, on rendrait service en me les indiquant, mais il faut faire attention que des explications extrêmement utiles, excellentes, données dans l'enceinte d'une classe, peuvent devenir *niaises* en les imprimant. Le talent du professeur consiste à diversifier ces explications selon le caractère d'esprit des élèves; mais le mérite de ces explications est purement individuel, local et rarement digne de publicité.

Le second point est que les *Nouvelles Annales* ont aussi en vue les gradués universitaires et les candidats à l'agrégation (*), comme le montrent les beaux travaux que nous devons au savant professeur de Grenoble. Il est vrai que le titre du journal n'annonce pas une telle destination. Mais il ne faut pas non plus donner à ce titre une interprétation trop judaïque. L'intérêt des candidats à nos deux grandes écoles est le but essentiel du Journal;

(*) La question d'agregation de cette année-ci est d'une *naïveté* qui dépasse les bornes.

mais cet intérêt ne cesse pas avec leur entrée à ces écoles.

6. *Projection stéréographique.* Ce mode de projeter remonte à Hipparque (— 150); mais le nom a été introduit par le savant jésuite d'Aguillon (François) dans son ouvrage : *Opticorum libri sex.* Antwerp., 1613; *Plantin*, in-folio. On lit à la page 572 : *Quare tametsi stereographices nomine nusquam vocatum hoc projectionis genus experimus; quia tamen nec alio quidem ullo solitum est appellari, placuit hoc nomen usurpari.*

Le livre sixième (page 452) est un traité très-étendu des projections orthographiques, scénographiques et stéréographiques.

Note biographique. D'Aguillon est né à Bruxelles en 1567; il professa la philosophie et la théologie, et fut le premier qui fonda l'enseignement des mathématiques parmi les jésuites des Pays-Bas. Ses confrères ayant été attaqués de la peste, il ne cessa de les soigner, et supporta avec une extrême patience de grandes et longues douleurs. Il mourut à Anvers, le 20 mars 1617. Voici ses dernières paroles : *Fiat voluntas Dei; in ea conquiesco; ad Dei nutum me penitus fingere volo.* Il laissa la catoptrique et la dioptrique inachevées.

7. Le manuscrit de Pappus de la Bibliothèque impériale, dont il est question ci-dessus (page 122), a été écrit pour Ramus par son ami le savant médecin Nicolas de Nancel; né en 1539, au village de ce nom près de Noyon, de parents très-pauvres, il vint à Paris où, grâce aux secours de Ramus, il fit ses études médicales. Il a laissé plusieurs ouvrages, entre autres *Petri Rami Vita*, 1599, in-8°; par modestie, il prenait le titre de *Trachyenus Noviodunensis*, paysan du Novionnais. Le savant Weiss lui a consacré un article dans la *Biographie* Michaud. Ceci explique la signature du manuscrit. Ni Moreri (édition de 1735), ni Bayle ne font mention de cette Vie de Ramus par Nancel.

8. *Notation différentielle.* La notation Leibnitzienne a été admise la première fois en Angleterre, en 1803, dans un ouvrage de M. Woodhouse, intitulé : *Principles af analytical calculation.* La traduction anglaise de Lacroix, où la même notation est employée, date de 1816; maintenant, elle est généralement adoptée. A l'Université de Cambridge, on se sert souvent de la notation d_x pour dire qu'une fonction doit être différentiée par rapport à x; ainsi $d_x y$ pour $\frac{dy}{dx}$, et $d_x^2 y$ pour $\frac{d^2 y}{dx^2}$. Cette notation, employée par M. Cauchy, est quelquefois commode, surtout pour les différentielles partielles. Mais cette commodité disparaît quand on veut conserver cette notation dans les intégrations. Ainsi, on écrit

$$d_x \sqrt{a^2 + x^2} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}},$$

et il y a des auteurs anglais qui, pour être conséquents au principe, écrivent

$$\int_x \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sqrt{a^2 + x^2};$$

ce qui est parfaitement inintelligible. On écrit aussi

$$d_x (u + v + z) \quad \text{pour} \quad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} + \frac{dz}{dx}:$$

cette notation abrégée a été adoptée aussi par M. Lamé, dans son dernier ouvrage sur l'élasticité; ou bien encore

$$\frac{d}{dx} (u + v + z).$$

9. *Arithmologie.* Dans le XLII^e volume (1851) du Journal de M. Crelle, page 304, le savant éditeur a calculé une Table contenant les plus petits nombres entiers qui satisfont à l'équation

$$a_1 x_2 = a_2 x_1 + 1;$$

a_1, a_2, x_1, x_2 sont des nombres entiers positifs, et $a_1 > a_2$; depuis $a_1 = 1$ jusqu'à $a_1 = 120$; la Table est de dix pages. On donne des moyens abréviatifs de calcul pour prolonger la Table, et l'auteur exprime le désir de la voir continuer au moins jusqu'à $a_1 = 1000$. Les arithmologues comprennent l'utilité d'une telle Table qui peut même servir à rendre plus expéditives certaines opérations de l'arithmétique vulgaire, par exemple, dans la comparaison des poids et mesures, etc.

10. *Physique mathématique.* M. Jacob Amsler, de Halden, en Suisse, a écrit deux Mémoires très-instructifs sur la théorie de l'attraction et de la chaleur (Journal de M. Crelle, tome XLII, page 316; 1851). On sait que M. Liouville a donné une démonstration fort simple de cette proposition, que les équations qui expriment les conditions de *l'équilibre électrique* ne sont susceptibles que d'une seule solution (*Additions à la Connaissance des Temps;* 1845). M. Amsler établit la même proposition pour l'équation qui satisfait à l'équilibre magnétique, équation qu'on doit à Poisson (*Mémoires de l'Institut*, tomes VI et VIII). Poisson démontre qu'une certaine équation transcendante a une infinité de valeurs *toutes réelles*, et montre qu'elles sont positives dans *certains* cas (*Théorie de la chaleur*, p. 178). M. Amsler *démontre* qu'elles sont toujours positives.

La chaleur spécifique des corps est plus grande sous une *pression constante* que sous un *volume* constant. Des expériences ont été faites, pour constater cette loi, sur les corps sous formes gazeuses (Delaroche, Bérard, Dulong), et sur les corps solides, par M. Wertheim (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, tome XII, page 385). Cette loi doit nécessairement modifier les lois de la conductibilité dans l'intérieur des corps. Les géomètres n'y ont pas encore eu égard. C'est l'objet du second Mémoire du savant suisse.

11. *Cours rendus populaires.* Il n'est pas rare de rencontrer des professeurs chargés d'un haut enseignement destiné au petit nombre (*pusillus grex*), abaisser à dessein cet enseignement pour attirer la foule. Ce manége peu loyal est ancien. On lit dans la Vie d'Épicure : « Καὶ σχολεῖν κατασκευάσειν ἀλλὰ οὐκ ὥστε ὀχλαγωγῆσαι : *Scholum aperturum; sed non eò usque ut populare auditorium fiat.* » (GASSENDI, *Op. omn.*, t. V, p. 118. DIOGENIS LAERTII *Liber decimus.*) *Nihil novi sub sole!*

13. Chez les Grecs, la partie théorique des nombres se nommait *arithmétique*, et la partie pratique *logistique*. Cette *arithmétique* grecque était bien pauvre en comparaison de celle des Indiens; il paraît même que c'est des Indiens que les Grecs ont appris le peu qu'ils savaient sur les nombres. Cela provient de l'absence d'un système de numération.