Mnémotechnie trigonométrico-sphérique (voir t. X, p. 134)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 312-314
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__312_1>

MNÉMOTECHNIE TRIGONOMÉTRICO-SPHÉRIQUE

(voir t. X, p 134)

Écrivons les six éléments d'un triangle, selon qu'ils se suivent dans le triangle, en commençant par un côté $a\mathrm{B}c\ \mathrm{A}b\mathrm{C}$; prenons quatre de ces éléments en commençant par un côté, par exemple $a\mathrm{B}c\mathrm{A}$: le rapport des cotangentes des *côtés* (commençant par le côté extrême a) divisé par le cosinus de l'angle compris, moins le rapport des cotangentes des *angles* (commençant par A), divisé par le cosinus du côté compris, est égal à l'unité; de sorte qu'on a

$$\frac{\cot a}{\cot c}\cdot\frac{1}{\cos \mathrm{B}}-\frac{\cot \mathrm{A}}{\cot \mathrm{B}}\cdot\frac{1}{\cos c}=1.$$

C'est la formule (71) (*voir* t. V, p. 412) qui en donne cinq autres.

Ce moyen mnémonique a été indiqué par M. Chasles, dans son cours à l'École Polytechnique.

Formules de Delambre.

$$\frac{\sin\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(a-b)} = \frac{\cos\frac{1}{2}C}{\cos\frac{1}{2}c}, \qquad \frac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(a-b)} = \frac{\cos\frac{1}{2}C}{\sin\frac{1}{2}c},$$

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)} = \frac{\sin\frac{1}{2}C}{\cos\frac{1}{2}c}, \qquad \frac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)} = \frac{\sin\frac{1}{2}C}{\sin\frac{1}{2}c}.$$

1°. Les numérateurs des premiers membres sont formés des sinus et des cosinus des arcs $\frac{1}{2}(A+B)$ et $\frac{1}{2}(A-B)$; les dénominateurs, de ceux de $\frac{1}{2}(a+b)$ et $\frac{1}{2}(a-b)$.

2°. $+B$ au numérateur est toujours accompagné de cos au dénominateur, et $-B$ est accompagné de sinus; de même, cos au numérateur détermine $+b$ au dénominateur, et sinus $-b$; ce qui permet d'écrire immédiatement les premiers membres, en commençant soit par le numérateur, soit par le dénominateur.

3°. Les arcs des seconds membres sont $\frac{1}{2}C$ et $\frac{1}{2}c$ Les dénominateurs dans chaque équation sont toujours formés de lignes de même nom, et les numérateurs de lignes de noms différents.

Analogies de Néper.

$$\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(a-b)} = \frac{\cot\frac{1}{2}C}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}, \qquad \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(a-b)} = \frac{\cot\frac{1}{2}C}{\sin\frac{1}{2}(a+b)},$$

$$\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(a+b)}{\cos\frac{1}{2}(A-B)} = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}c}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}, \qquad \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(A-B)} = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}c}{\sin\frac{1}{2}(A+B)}.$$

Il n'est pas plus difficile de se faire une loi pour écrire ces formules. On observera que le signe du second terme de l'arc au numérateur détermine le nom de la ligne du dénominateur dans les premiers membres, comme précédemment.

Les numérateurs, dans les deux dernières équations, sont des lignes de même nom.

Note. Ces indications mémoratives sont de M. Ch. Forestier, professeur au lycée de Metz.