

LAGUERRE-VERLY

JOSEPH SACCHI

Note sur les foyers (voir t. II, p. 429)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 12
(1853), p. 225-226

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__225_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LES FOYERS

(voir t. II, p. 429) ;

PAR MM. JOSEPH SACCHI, DE PAVIE, ET LAGUERRE-VERLY.

Si le coefficient angulaire d'une tangente menée par un point à une conique rapportée à des axes se coupant sous l'angle γ , est égal à $\cos \gamma \pm \sin \gamma \cdot \sqrt{-1}$, ce point est un foyer.

Cette propriété analytique des foyers, généralisation de celle qui a été indiquée par Plucker, offre un moyen très-simple pour déterminer les coordonnées des foyers dans le cas le plus général.

Soient α et β les coordonnées d'un foyer de la conique rapportée à deux axes formant l'angle γ , et posons

$$\begin{aligned} m &= B^2 - 4 AC, & l &= D^2 - 4 AF, \\ l' &= E^2 - 4 CF, & k &= 2 AE - BD, \\ k' &= 2 CD - BE, & n &= DE - 2 BF, \\ P &= m \beta^2 - 2 k' \beta + l', & Q &= m \alpha^2 - 2 k \alpha + l, \\ R &= m \alpha \beta - k' \alpha - k \beta - n; \end{aligned}$$

l'équation de la tangente à la conique, en nommant p le coefficient angulaire, est

$$my = mpx - pk + k' \pm \sqrt{p^2(k^2 - ml) - 2p(kk' + mn) + k'^2 - ml'},$$

qui doit être satisfaite par

$$x = \alpha, \quad y = \beta, \quad p = \cos \gamma \pm \sin \gamma \sqrt{-1};$$

mettant ces valeurs de x , y , et résolvant l'équation par

rapport à p , on a

$$p = \frac{R}{Q} \pm \sqrt{\frac{PQ - R^2}{Q^2}} \sqrt{-1},$$

donc

$$\cos \gamma = \frac{R}{Q}, \quad \sin \gamma = \frac{\sqrt{(PQ - R^2)}}{Q};$$

ainsi

$$Q \cos \gamma - R = 0, \quad Q - P = 0,$$

équations qui déterminent les valeurs de α, β , coordonnées des foyers.

Prenant pour axes les diamètres conjugués égaux, l'équation $Q - P = 0$ représente le système des deux axes principaux.

Note. Soit $y + ex = 0$ l'équation d'une tangente passant par l'origine; on a

$$l' - 2en + le^2 = 0 \quad (\text{t. II, p. 108}).$$

Si l'origine est un foyer,

$$l = l', \quad n = l \cos \gamma;$$

d'où l'on tire

$$e = \cos \gamma \pm i \sin \gamma.$$