

**BRIOSCHI**

## **Sur la question 267**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 12  
(1853), p. 167-168

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1853\\_1\\_12\\_\\_167\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__167_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## SUR LA QUESTION 267

(voir t. XI, p. 402);

PAR M. LE PROFESSEUR BRIOSCHI.

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, M$  sont six points situés sur un ellipsoïde,

$$\begin{array}{l}
 d_1 = \text{dist. rectil. de } A_1 \text{ à } M, \\
 d_2 = \text{ id. } \quad A_2 \text{ à } M, \\
 \text{etc.}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 D_1 = \text{demi-diam. parall. à } d_1, \\
 D_2 = \text{ id. } \quad \text{à } d_2, \\
 \text{etc.}
 \end{array}
 \right.$$

$v_1 =$  volume du tétraèdre  $A_2 A_3 A_4 A_5$ ,

$v_2 =$  id.  $A_1 A_3 A_4 A_5$ ,

etc.

On a la relation analytique  $\sum \pm \frac{d_r^2}{D_r^2} v_r = 0$ .

Soient

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

l'équation de l'ellipsoïde;  $\alpha, \beta, \gamma$  les coordonnées du point  $M$ ;  $x_r, y_r, z_r$  celles d'un quelconque des points

$A_1, A_2, \dots$  . la relation connue

$$\frac{d_r^2}{D_r^2} = \frac{(\alpha - x_r)^2}{a^2} + \frac{(\beta - y_r)^2}{b^2} + \frac{(\gamma - z_r)^2}{c^2}$$

nous donne

$$\frac{1}{2} \frac{d_r^2}{D_r^2} = 1 - \frac{\alpha x_r}{a^2} - \frac{\beta y_r}{b^2} - \frac{\gamma z_r}{c^2};$$

et, en posant  $r = 1, 2, \dots, 5$ , on aura cinq équations analogues, entre les quatre inconnues  $\frac{1}{2} \frac{d_r^2}{D_r^2}, \frac{\alpha}{a^2}, \frac{\beta}{b^2}, \frac{\gamma}{c^2}$ , et par conséquent

$$\text{dét.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{d_1^2}{D_1^2}, 1, x_1, y_1, z_1 \\ \frac{d_2^2}{D_2^2}, 1, x_2, y_2, z_2 \\ \dots \dots \dots \\ \frac{d_5^2}{D_5^2}, 1, x_5, y_5, z_5 \end{array} \right\} = 0.$$

Or

$$\text{dét.} \left\{ \begin{array}{l} 1, x_2, y_2, z_2 \\ 1, x_1, y_3, z_3 \\ 1, x_4, y_4, z_4 \\ 1, x_5, y_5, z_5 \end{array} \right\} = v_{1\dots};$$

donc, en développant le déterminant supérieur,

$$\sum \pm \frac{d_r^2}{D_r^2} v_r = 0.$$

Si l'ellipsoïde devient une sphère, on a

$$D_1 = D_2 \dots, \quad \text{et} \quad \sum \pm d_r^2 v_r = 0;$$

cette dernière relation a lieu aussi lorsque le point M n'est pas sur la sphère.