

Théorèmes et problèmes de M. J. Steiner

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 12
(1853), p. 118-119

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__118_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES ET PROBLÈMES DE M. J. STEINER.

(Journal de M. Crelle, tome XLV, page 177; 1852.)

1. Le point A se meut sur une droite perpendiculaire sur le milieu de BC ; le point a se meut de même sur le milieu d'une droite perpendiculaire à bc ; les triangles ABC , abc , sont dans un même plan, et l'angle BAC est constamment égal à bac . L'axe radical des deux cercles circonscrits aux deux triangles, a pour enveloppe deux points fixes : l'un correspondant aux mouvements qui ont lieu dans le même sens, et l'autre à ceux qui ont lieu dans des sens opposés.

2. Si une conique doit toucher en quatre points une courbe du quatrième degré, et dans le même plan une courbe de degré n , il y a en général $126n(n+1)$ solutions.

3. Il existe en général soixante-trois coniques qui touchent une courbe du quatrième degré quelconque en un point *donné*, et encore en trois autres points.

4. Il existe en général sept cent cinquante-six coniques qui ont, avec une courbe du quatrième degré, une osculation du quatrième ordre en un point a , et une osculation simple (du premier ordre) en deux points b , c . Les sept cent cinquante-six points d'osculation a se rangent

par douze en soixante-trois groupes déterminés, et par les douze points de chaque groupe passe une courbe du troisième degré. Quelle relation existe entre les soixante-trois courbes du troisième degré ?

5. Combien y a-t-il de tels points a dans une courbe du quatrième degré, où elle peut avoir avec une conique une osculation du sixième ordre ?

6. Dans une courbe de degré m , combien existe-t-il de points où elle est osculée par une courbe de degré n , suivant une osculation d'ordre $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$?

7. Combien existe-t-il de coniques qui touchent une courbe de degré n en cinq points ?

8. Par un point pris dans le plan d'une ligne de degré n passent $3n(n-1)$ cercles de courbure de la courbe. Si le point est sur la courbe, ce nombre est diminué de deux.

9. Si un cercle doit toucher en deux points une courbe de degré n et passer par un point p pris dans le plan de la courbe, il y a en général $\frac{1}{2}n(n-1)[(n+1)(n+2)-8]$ solutions, et ce nombre est diminué de $n(n+1)-4$ lorsque le point p est sur la courbe.

10. Si un cercle doit passer par deux points donnés et toucher une courbe de degré n , le nombre de solutions est en général $n(n+1)$.

Observation. Ces théorèmes et ces problèmes, seulement énoncés, restent à démontrer et à résoudre.