Nouvelles annales de mathématiques

Jaufroid

Sur les fonctions symétriques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 116-118

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__116_1>

SUR LES FONCTIONS SYMÉTRIQUES;

PAR M. JAUFROID,
Professeur de mathématiques au collége de Cette.

En lisant l'article si intéressant publié par M. Abel Transon sur les fonctions symétriques, dans les cahiers des mois de février et de mars 1850, j'ai cru m'apercevoir d'une erreur. Il y est dit (page 83) « que la nouvelle mé-
» thode possède, comme celle de M. Cauchy, l'avantage
» de démontrer directement que toute fonction symé-

» trique entière est elle-même une fonction entière des
» coefficients, sans aucun diviseur numérique, etc. »

Cela est inexact; et, en considérant attentivement la méthode, on voit que s'il s'agit d'une fonction symétrique telle que $\mathrm{T}(a^2 b^2)$, chaque terme devra bien s'y trouver répété deux fois, en sorte qu'il faudra diviser par 2 la valeur trouvée; et rien n'indique, pas plus que dans les formules déduites de celles de Newton, que la division se fera exactement. La méthode de M. Cauchy met ce résultat en évidence, justement parce qu'on est obligé de constituer la fonction avec les symboles représentant les racines, et qu'alors on lui donne la forme qui lui convient; on pourrait y laisser subsister les termes semblables, et alors on trouverait une valeur qu'il faudrait ensuite diviser par les facteurs numériques connus, et rien n'indiquerait non plus que cette division dût se faire exactement.

Cependant (page 87) la simplification indiquée pour calculer, par exemple, $\sum a \,.\, b \,.\, \varphi(c)$, conduira à la valeur exacte de cette fonction, parce que la démonstration s'appuie sur la formation de produits analogues au suivant :

$$(x-b)(x-c)\ldots(x-h),$$

dans lequel les coefficients sont des fonctions symétriques à termes non répétés.

Mais il n'en serait plus de même pour la fonction

$$\sum a \,.\, b\, \varphi(c, d),$$

si $\varphi(c, d)$ était de la forme $c^2 d^2$.

Je n'insiste pas davantage; et, malgré cette légère erreur, si vraiment erreur il y a, la méthode indiquée mérite d'être remarquée par l'économie qu'elle apporte dans des calculs ordinairement si prolixes.

Note. L'observation de M. Jaufroid, très-juste, n'ôte rien à la belle simplicité de la méthode, et dont M. le professeur Dienger a donné un développement dans le journal allemand de Grunnert (1851).