

CHARLES MÉRAY

**Théorèmes sur l'intersection de
trois coniques**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 12
(1853), p. 111-112

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__111_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES SUR L'INTERSECTION DE TROIS CONIQUES;

PAR M. MÉRAY (CHARLES),
Elevé de l'institution Barbet.

Soient trois coniques O, O', O'' , tangentes à deux mêmes droites L, L' (réelles ou imaginaires) se coupant au point T ; de deux points P, Q menons-leur des tangentes; désignons par A, B, A', B', A'', B'' les tangentes menées du point P respectivement aux coniques O, O', O'' ; désignons de même par C, D, C', D', C'', D'' les tangentes menées du point Q . Le quadrilatère formé par les quatre droites A, B, C, D est circonscrit à la conique O , ses sommets sont $\widehat{AC}, \widehat{BD}, \widehat{AD}, \widehat{BC}$, donc les quatre droites $T.\widehat{AC}, T.\widehat{BD}, T.\widehat{AD}, T.\widehat{BC}$ sont en involution, d'une part avec les droites L, L' , de l'autre avec les droites TP, TQ . Si nous considérons de même le quadrilatère A', B', C', D' , les droites $T.\widehat{A'C'}, T.\widehat{B'D'}, T.\widehat{A'D'}, T.\widehat{B'C'}$ sont en involution, d'une part avec les droites L, L' , de l'autre avec les droites TP, TQ ; il en est de même pour le quadrilatère A'', B'', C'', D'' . Nous avons donc le théorème suivant, dû à M. Laguerre :

1^{er} THÉORÈME. *Quand trois coniques sont tangentes à deux mêmes droites (réelles ou imaginaires) se coupant en T; si de deux points on leur mène des tangentes, ces droites formeront trois quadrilatères circonscrits aux coniques: en joignant le point T à trois couples quelconques de sommets opposés, on aura un faisceau en involution.*

Considérons trois coniques O, O', O'' ayant en commun deux points ε, φ (réels ou imaginaires). Coupons ces coniques par deux droites L, L'; soient a, b, c, d les intersections de la conique O avec les droites L, L'; a', b', c', d' ; a'', b'', c'', d'' les intersections des coniques O', O'' avec les mêmes droites. Le quadrilatère a, b, c, d est inscrit à la conique O; donc les quatre points $\widehat{\varepsilon\varphi, ac}$, $\widehat{\varepsilon\varphi, bd}$, $\widehat{\varepsilon\varphi, ad}$, $\widehat{\varepsilon\varphi, bc}$ sont en involution, d'une part avec les points ε, φ , de l'autre avec les points $\widehat{L, \varepsilon\varphi}$, $\widehat{L', \varepsilon\varphi}$; de même les quatre points $\widehat{\varepsilon\varphi, a'c'}$, $\widehat{\varepsilon\varphi, b'd'}$, $\widehat{\varepsilon\varphi, a'd'}$, $\widehat{\varepsilon\varphi, b'c'}$ sont en involution, d'une part avec ε, φ , de l'autre avec $\widehat{L, \varepsilon\varphi}$, $\widehat{L', \varepsilon\varphi}$; il en est de même pour le quadrilatère a'', b'', c'', d'' . Nous avons donc le théorème suivant :

2^e THÉORÈME. *Quand trois coniques passent par les deux mêmes points ε, φ (réels ou imaginaires); si on coupe ces coniques par deux droites, on aura trois quadrilatères inscrits: les intersections des côtés opposés avec la corde $\varepsilon\varphi$ fourniront six couples de points; trois quelconques de ces couples sont en involution.*

Si les sécantes coïncident, on a le théorème :

3^e THÉORÈME. *Quand trois coniques passent par deux mêmes points ε, φ ; si on les coupe par une droite et qu'on mène les tangentes aux points d'intersection, ces tangentes détermineront sur la corde commune six points en involution.*