NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

VERNIER

Division ordonnée de Fourier

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 53-60

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__53_0>

DIVISION ORDONNÉE DE FOURIER;

PAR M. VERNIER,
Professeur de Mathématiques supérieures au lycée Napoléon.

1. Soit proposé de diviser le nombre entier

$$3456789123456789$$

par $\quad 87654321$. (Exemple 1, page 59.)

En séparant sur la gauche du dividende un nombre capable de contenir le diviseur, on voit que le quotient aura huit chiffres à la partie entière.

Nous appellerons *diviseur désigné* le nombre entier formé par quelques-uns des premiers chiffres placés à gauche dans le diviseur. Nous appellerons aussi *ordre* d'un chiffre ou d'un nombre de plusieurs chiffres, le degré de la puissance de 10 que chaque unité de ce chiffre ou de ce nombre représente.

Ainsi, dans l'exemple 1, comme le quotient aura huit chiffres, nous dirons que son premier chiffre est d'ordre 7, son second d'ordre 6, etc. Si, de plus, dans le diviseur 87654321, nous prenons pour diviseur désigné le nombre 876 formé par les trois premiers chiffres placés à gauche, nous dirons que le diviseur désigné est d'ordre 5, et nous regarderons le diviseur total $\overline{876}54321$ comme composé de six parties d'ordre décroissant, depuis le cinquième ordre jusqu'à l'ordre 0, qui est celui des unités simples, à savoir : de 876 unités du cinquième ordre, de 5 unités du quatrième, de 4 du troisième, de 3 du deuxième, de 2 du premier, et de 1 unité simple ou d'ordre 0.

2. Nous envisagerons le dividende comme la somme de tous les produits deux à deux des parties d'ordres différents dont se compose le diviseur, par chacun des chiffres du quotient; et, puisque le quotient aura huit chiffres, dont le premier sera d'ordre 7, et que le diviseur est regardé comme la somme de six parties d'ordre décroissant à partir du cinquième ordre, le dividende est la somme de quarante-huit produits deux à deux d'ordre décroissant depuis 12 jusqu'à 0.

3. La méthode de Fourier consiste à déduire successivement tous les chiffres du quotient, en commençant par ceux de l'ordre le plus élevé, d'une série de dividendes partiels, dont voici la composition : Le premier contient le plus élevé des quarante-huit produits partiels énumérés au n° 2, c'est-à-dire le produit d'ordre 12 venant de la multiplication du diviseur désigné $\overline{876}$, d'ordre 5, par le premier chiffre du quotient, qui est d'ordre 7. Ce premier dividende partiel, d'ordre 12, renfermera, en outre, les unités d'ordre 12 résultant de l'addition des quarante-sept produits restants, dont l'ordre est inférieur à 12.

Le second dividende sera dit dividende partiel d'ordre 11, parce qu'il contiendra le produit d'ordre 11 du diviseur désigné $\overline{876}$, d'ordre 5, par le second chiffre du quotient, qui est d'ordre 6; et il renfermera, en outre, les unités d'ordre 11 résultant de l'addition de ceux des quarante-huit produits partiels désignés au n° 2, dont l'ordre sera moindre que 11.

Le troisième dividende partiel sera d'ordre 10; il contiendra le produit d'ordre 10 du diviseur désigné $\overline{876}$, par le troisième chiffre du quotient, qui est d'ordre 5, et il renfermera, en outre, les unités d'ordre 10 résultant de l'addition de ceux des quarante huit produits composant le dividende total, qui seront d'un ordre inférieur à 10.

Le quatrième dividende partiel, d'ordre 9, se composera pareillement avec le quatrième chiffre du quotient, le cinquième avec le cinquième chiffre du quotient, et ainsi de suite.

4. Il nous reste à expliquer comment on obtient chacun de ces dividendes partiels successifs, et comment on déduit de chacun d'eux un chiffre du quotient.

On obtient le premier dividende partiel d'ordre 12, en séparant douze chiffres sur la gauche du dividende, ce qui donne le nombre 3456. Puisque ces 3456 unités d'ordre 12 contiennent le produit du diviseur désigné $\overline{876}$ (*voyez* n° 3) par le premier chiffre du quotient, on aura ce premier chiffre ou un chiffre trop fort, en divisant 3456 par 876. Cette division donne 3 pour quotient et 828 pour reste. Or, de ce que le reste 828 surpasse le premier chiffre 3 du quotient, on conclut que le chiffre 3 n'est pas trop fort. En effet, si nous supposons que le quotient ne renferme que ces trois unités d'ordre 7, et soit 30 000 000, et si nous multiplions par ce quotient le diviseur total $\overline{876}54321$, le produit se composera de trois fois 876 unités d'ordre 12, plus du produit de 54321 par 3, lequel sera moindre que trois fois une unité d'ordre 12, tandis que le dividende contient trois fois 876 unités d'ordre 12, plus 828 unités d'ordre 12.

A la droite du reste 828 j'abaisse le chiffre 7, d'ordre 11, au dividende; ce qui donne 8287 unités d'ordre 11.

Ce nombre n'est pas encore le deuxième dividende partiel d'ordre 11, dont nous avons indiqué la composition au n° 3. Comme ce dernier ne doit contenir d'autre produit d'ordre 11 que celui du diviseur désigné par le second chiffre du quotient, je diminue 8287 de 15 unités d'ordre 11, venant de la multiplication des 3 unités d'ordre 7 placées au quotient, par les 5 unités d'ordre 4 du diviseur $\overline{876}54321$, et c'est le reste 8272 qui est le deuxième dividende partiel d'ordre 11.

En le divisant par 876, on aura le second chiffre du quotient ou un chiffre trop fort. Cette division donne 9 pour quotient et 388 pour reste. Or, de ce que ce reste 388 surpasse la somme des deux premiers chiffres 3 et 9, posés au quotient, on conclut que le chiffre 9 n'est pas trop fort; car, si nous supposons que le quotient ne renferme que ces 9 unités d'ordre 6, et soit 39 000 000, et si nous multiplions par ce quotient le diviseur total $\overline{876}54321$, en réduisant cette multiplication à la formation du produit d'ordre 11 du diviseur désigné, par 9, et des produits d'ordre inférieur à 11 (*voyez* n° 2), nous trouverons seulement neuf fois 876 unités d'ordre 11, plus un nombre moindre que 9 unités d'ordre 11, venant de la multiplication de 54321 par 9, plus encore un nombre moindre que 3 unités d'ordre 11, venant de la multiplication de 4321 par 3, tandis que le deuxième dividende partiel 8272 d'ordre 11 contient neuf fois 876, plus 388 unités d'ordre 11.

A la droite du reste 388, j'abaisse le chiffre 8 d'ordre 10 au dividende. Le nombre 3888 ainsi formé n'est pas encore le troisième dividende partiel d'ordre 10, indiqué au n° 3. Comme ce dernier ne doit contenir d'autre produit d'ordre 10 que celui du diviseur désigné par le troisième chiffre du quotient, je diminue 3888 de $9 \times 5 + 3 \times 4$ ou de 57 unités d'ordre 10, venant de la multiplication des 5 unités d'ordre 4 du diviseur $\overline{876}54321$, par les 9 unités d'ordre 6 du quotient, et de celle des 4 unités d'ordre 3 du diviseur par les 3 unités d'ordre 7 du quotient, et le reste 3831 de cette soustraction sera le troisième dividende partiel d'ordre 10.

5. Sans aller plus loin, on voit que la division par le diviseur désigné, de chacun des dividendes partiels successifs, fournira un chiffre *exact* du quotient, toutes les fois que, multipliant le diviseur désigné par ce chiffre et retranchant le produit du dividende partiel, on aura un reste plus grand que la somme des chiffres posés au quotient ou égal à cette somme, dans laquelle il faut comprendre le chiffre qui a fourni ce reste.

On voit maintenant pourquoi nous avons pris un diviseur désigné 876 de trois chiffres, au lieu de prendre simplement les deux premiers chiffres du diviseur 87654321, ou même seulement le premier; c'était afin qu'en divisant chaque dividende partiel par le diviseur désigné, nous eussions une plus forte chance d'obtenir un reste plus grand que la somme des chiffres du quotient.

6. Quant à la manière de former les dividendes partiels successifs, on voit aussi qu'en général, quand un dividende partiel a fourni un chiffre exact du quotient, et quand on a retranché de ce dividende partiel le produit du diviseur désigné par ce chiffre exact, il faut abaisser à la suite du reste un chiffre suivant du dividende, et retrancher du nombre ainsi formé tous les produits qu'on obtient en multipliant le dernier chiffre du quotient, l'avant-dernier, etc., en allant de droite à gauche, respectivement par le premier des chiffres qui viennent dans le diviseur total à la droite du diviseur désigné, par le deuxième, par le troisième, par le quatrième, etc.

Ce qui revient à ce paragraphe de la règle énoncée par Fourier : « Pour trouver la correction qu'on doit faire » à un dividende partiel, c'est-à-dire la quantité qu'on » en doit retrancher, on écrit sur une feuille séparée et » dans l'ordre inverse, les *m* chiffres trouvés au quotient, » on les présente aux *m* chiffres pris à la suite du divi- » seur désigné, en sorte qu'ils se correspondent chacun

» à chacun, puis on multiplie chaque chiffre par celui » qui est placé au-dessous de lui, et, en ajoutant les m » produits, on connaît ce qui doit être retranché du di- » vidende partiel. » (*Analyse des Équations détermi-nées*, page 188; 1831.)

7. Quand on a retranché d'un dividende partiel le produit d'un diviseur désigné par un chiffre posé au quotient, et quand le reste ne dépasse pas ou n'égale pas la somme des chiffres déjà posés au quotient, on n'est plus sûr que le dernier chiffre posé soit exact (*voyez* n° 5). On ne sera sûr qu'il est trop fort, que si les corrections indiquées au n° 6, pour obtenir le dividende partiel suivant, ne peut pas s'effectuer; alors on diminuera le chiffre posé (*voyez* l'exemple 2, page 60).

8. Mais si cette correction peut être faite, on ne sait pas encore si le chiffre posé est trop fort ou exact. Alors, dit Fourier, « on abaissera un nouveau chiffre du divi- » dende à la droite du dividende partiel qui a donné ce » chiffre incertain; en même temps on marquera un » chiffre de plus à la suite du diviseur désigné, ce qui » donnera un nouveau dividende partiel et un nouveau » diviseur désigné. On procédera suivant la règle énoncée » à la correction du nouveau dividende partiel, c'est-à- » dire que l'on comparera les n chiffres écrits au quotient » à un pareil nombre n de chiffres pris à la suite du nou- » veau diviseur désigné; ayant formé, par cette correc- » tion, le nouveau dividende partiel corrigé, on conti- » nuera l'application de la présente règle. » (*Analyse des Équations déterminées*, page 189.)

PREMIER EXEMPLE.

3456, premier dividende partiel d'ordre 12.	34567891234567789		$\overline{876}.54321$
	8287		$3_7\ 9_6\ 4_5\ 3_4\ldots.$
	15	$= 3.5$	
8272, deuxième dividende partiel d'ordre 11....	8272		
	3888		
	57	$= 3.4 + 9.5$	
3831, troisième dividende partiel d'ordre 10.....	3831		
	3279		
	65	$= 3.3 + 9.4 + 4.5$	
3214, quatrième dividende partiel d'ordre 9......	3214		
	5861		
	64	$= 3.5 + 4.4 + 3.9 + 2.3$	
5797, cinquième dividende partiel d'ordre 8... ..	5797		

SECOND EXEMPLE.

Soit à diviser le nombre entier 345789123 par 1234567.

$$
\begin{array}{l|l}
3455789123 & \overline{123}4567 \\
\cline{2-2}
995 & 28\ldots\ldots \\
\underline{8} = 2.4 & 7 \\
987 & \\
37 & \\
\underline{42} = 2.5 + 4.8 & \\
987 & \\
1267 & \\
\underline{38} = 2.5 + 4.7 & \\
1229 &
\end{array}
$$

Le premier dividende partiel 345 d'ordre 7, correspondant au diviseur désigné 123 d'ordre 3, a donné le premier chiffre 2 du quotient, et le second dividende partiel d'ordre 6 est 987. Divisant 987 par 123, on trouve que le chiffre 8, fourni par cette division, est incertain, et, comme la correction qui doit donner le troisième dividende partiel d'ordre 5 ne peut pas se faire, on reconnaît que 8 est trop fort. On essaye 7, qui est exact et qui conduit au troisième dividende 1229 partiel d'ordre 5, etc.