

Exercice de calcul (Lamé, leçons sur l'élasticité des corps, pages 44, 48, 59)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11
(1852), p. 448

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__448_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXERCICE DE CALCUL.

(LAME, Leçons sur l'Élasticité des corps, pages 44, 48, 59)

Soient les douze équations

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,$$

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1,$$

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 1,$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 0,$$

$$x_1 z_1 + x_2 z_2 + x_3 z_3 = 0,$$

$$y_1 z_1 + y_2 z_2 + y_3 z_3 = 0,$$

$$P_1 = ax_1^2 + by_1^2 + cz_1^2 + 2dy_1 z_1 + 2ex_1 z_1 + 2fx_1 y_1,$$

$$P_2 = ax_2^2 + by_2^2 + cz_2^2 + 2dy_2 z_2 + 2ex_2 z_2 + 2fx_2 y_2,$$

$$P_3 = ax_3^2 + by_3^2 + cz_3^2 + 2dy_3 z_3 + 2ex_3 z_3 + 2fx_3 y_3,$$

$$Q_1 = ax_2 x_3 + by_2 y_3 + cz_2 z_3 + d(y_2 z_3 + z_2 y_3) \\ + e(x_2 z_3 + z_2 x_3) + f(x_2 y_3 + y_2 x_3),$$

$$Q_2 = ax_1 x_3 + by_1 y_3 + cz_1 z_3 + d(z_1 y_3 + y_1 z_3) \\ + c(x_1 z_3 + z_1 x_3) + f(y_1 x_3 + x_1 y_3),$$

$$Q_3 = ax_1 x_2 + by_1 y_2 + cz_1 z_2 + d(y_1 z_2 + z_1 y_2) \\ + e(x_2 z_1 + z_2 x_1) + f(x_1 y_2 + y_1 x_2);$$

éliminant les x, y, z , on obtient les relations

$$P_1 + P_2 + P_3 = a + b + c,$$

$$P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1 - Q_1^2 - Q_2^2 - Q_3^2 \\ = ab + bc + ac - d^2 - e^2 - f^2,$$

$$P_1 P_2 P_3 + 2Q_1 Q_2 Q_3 - P_1 Q_1^2 - P_2 Q_2^2 - P_3 Q_3^2 \\ = abc + 2def - ad^2 - bc^2 - cf^2.$$