Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 401-402

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__401_0>

QUESTIONS.

262. $(-p)^n = -\frac{n}{1} C_{p,n} + \frac{n}{1}\frac{n-1}{2} C_{2p,n} - \ldots \pm C_{np,n}$:

n est un nombre entier positif, p une quantité quelconque ; et

$$C_{p,n} = \frac{p(p-1)\ldots(p-n+1)}{1.2.3\ldots n}. \qquad \text{(Catalan.)}$$

263. Démontrer que l'équation suivante a *sept* racines comprises entre 0 et 1 ·

$$3432x^7 - 12012x^6 + 16632x^5 - 11550x^4 + 4200x^3 - 756x^2 + 56x - 1 = 0. \qquad \text{(Gauss.)}^*$$

224. Une sphère a un mouvement de rotation uniforme autour d'un de ses diamètres, et un mouvement uniforme de révolution autour d'un axe situé hors de la sphère et parallèle au diamètre axe de rotation; les deux vitesses angulaires sont égales et de sens opposé; chaque diamètre de la sphère décrit un cylindre.

256. Si $m = p^2 - q$, la suite des fractions $\frac{a}{b}$, $\frac{a'}{b'} = \frac{pa+mb}{a+pb}$, $\frac{a''}{b''} = \frac{pa'+mb'}{a'+pb'}$, etc., converge vers $\sqrt{m}$, quelle que soit la fraction initiale $\frac{a}{b}$; m, p, q, a, b sont des nombres entiers positifs donnés. (Prouhet.)

266. Soient trois axes rectangulaires; on les divise, à partir de l'origine, chacun en parties égales à l'unité; par les points de division d'un axe on mène respective-

(*) M. Koralek, habile et expeditif calculateur, a trouve les six racines irrationnelles avec sept decimales; la septième est 0,5.

ment des plans parallèles au plan des deux autres axes; ces trois systèmes de plans parallèles déterminent, par leurs intersections, tous les points dont les coordonnées sont des nombres entiers. Soit un point d'intersection ayant pour coordonnées les nombres entiers m, n, p; ce point est le sommet d'un parallélipipède. Prenons, dans l'intérieur de ce parallélipipède, trois points ayant pour coordonnées entières respectives m_1, n_1, p_1; m_2, n_2, p_2; m_3, n_3, p_3. Le plan qui passe par ces trois points partage le parallélipipède en deux portions; combien chaque portion renferme-t-elle de nombres entiers?

267. A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, M sont six points situés sur une sphère :

$d_1 =$ distance rectiligne de A_1 à M,
$d_2 =$ *id.* A_2 à M,
$d_3 =$ *id.* A_3 à M;
etc.
$v_1 =$ volume du tétraèdre $A_2 A_3 A_4 A_5$,
$v_2 =$ *id.* $A_1 A_3 A_4 A_5$,
$v_3 =$ *id.* $A_1 A_2 A_4 A_5$,
$v_4 =$ *id.* $A_1 A_2 A_3 A_5$,
$v_5 =$ *id.* $A_1 A_2 A_3 A_4$.

On a la relation analytique

$$v_1 d_1 + v_2 d_2 + v_3 d_3 + v_4 d_4 + v_5 d_5 = 0. \quad \text{(Luchterhand.)}$$

268. Étant donnés un cône du second degré et un point fixe dans l'intérieur du cône; mener par ce point un plan tel, que la section ait le point fixe pour foyer.

(Yvon Villarceau.)

269. Deux surfaces se coupant suivant une ligne de courbure, commune à l'une et à l'autre; le long de cette ligne, les deux surfaces se coupent sous le même angle.

(O. T.)