CUSSET

# Seconde solution de la question 249

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 11 (1852), p. 186-187
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__186_1>

## SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 249

(voir t. XI, p. 45),

PAR M. L'ABBÉ CUSSET,
Du séminaire de Vals.

Un nombre pair étant décomposé, autant de fois que faire se peut, en deux facteurs, l'un impair (l'unité comprise) et l'autre pair; la somme des facteurs pairs, moins la somme des facteurs impairs correspondants, est égale à la somme de tous les diviseurs de la moitié du nombre donné. (JACOBI.)

Cette question n'est qu'un cas particulier d'un théorème plus général qui peut s'énoncer ainsi :

On donne un nombre quelconque $N = p^\alpha K$, $p$ étant un nombre premier qui ne divise pas K.

Soient

L la somme de tous les diviseurs de K;

M celle de tous les diviseurs de $p^{\alpha-1}K$.

Si l'on décompose, autant de fois que faire se peut, N en deux facteurs dont l'un soit premier avec $p$, l'unité comprise, la somme de tous les facteurs non premiers avec $p$, moins la somme des facteurs premiers avec $p$, est égale à la somme de tous les facteurs de $p^{\alpha-1}K$ multipliée par $p-1$, c'est-à-dire à $(p-1)M$.

En effet, à chaque facteur de $N = p^\alpha K$, qui est premier avec $p$ ou diviseur de K, correspond un autre diviseur de K, multiplié par $p^\alpha$, d'où il résulte que la différence de ces deux sommes est $(p^\alpha - 1)L$; mais

$$\frac{p^\alpha - 1}{p - 1} L$$

est la somme des diviseurs de $p^{\alpha-1}K$ que nous représentons par M; donc

$$(p^\alpha - 1)L = (p - 1)M.$$

Comme application, faisons

$$p = 2,$$

et la question proposée sera résolue.

*Note.* M. Casimir Rey a résolu de la même manière le théorème de Jacobi, généralisé.