A. Dallot
Casimir Rey
Bourghon
A. Eyriand
Frank Aron

Solution de la question 249

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 126-127
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__126_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 249

(voir t. XI, p. 45);

PAR MM. A. DALLOT; CASIMIR REY, élève en mathématiques supérieures au lycée Louis-le-Grand; BOURGHON, élève en mathématiques supérieures au petit séminaire d'Iseure (près Moulins); A. EYRIAND, de Douai; ARON FRANK, élève de l'institution Coutant (**).

Un nombre pair donné étant décomposé, autant de fois que faire se peut, en deux facteurs, l'un impair (l'unité comprise) et l'autre pair; la somme des facteurs pairs, moins la somme des facteurs impairs correspondants, est égale à la somme de tous les diviseurs de la moitié du nombre donné. (JACOBI.)

Il est évident que tous les diviseurs impairs du nombre donné peuvent servir à une décomposition. Soit $2^m . a^\alpha . b^\beta . c^\gamma \ldots$ ce nombre; a, b, c,..., étant des facteurs premiers impairs. La somme de ses diviseurs a pour expression

$$(S) \quad (1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^m) . \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} . \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} . \frac{c^{\gamma+1} - 1}{c - 1} \ldots$$

(*) *Voir* tome III, page 184, § V. TM.

(**) Ces cinq solutions ne diffèrent pas essentiellement.

Pour avoir la somme des diviseurs impairs, il faut retrancher de l'expression (S) tous les termes dans lesquels entre le facteur 2. Il reste, après la soustraction,

$$(\sigma) \qquad \frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1}\cdot\frac{b^{\beta+1}-1}{b-1}\cdot\frac{c^{\gamma+1}-1}{c-1}\cdots$$

Les diviseurs pairs correspondants sont ceux du nombre proposé dans lesquels entre le facteur 2^m; ils ont pour somme

$$(\Sigma) \qquad 2^m.\frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1}\cdot\frac{b^{\beta+1}-1}{b-1}\cdot\frac{c^{\gamma+1}-1}{c-1}\cdots$$

Retranchant (σ) de (Σ), on obtient

$$(2^m-1).\frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1}\cdot\frac{b^{\beta+1}-1}{b-1}\cdot\frac{c^{\gamma+1}-1}{c-1}\cdots,$$

c'est-à-dire la somme des diviseurs du nombre

$$2^{m-1}.a^{\alpha}.b^{\beta}.c^{\gamma}\ldots,$$

moitié du nombre donné.