Exercices sur les équations numériques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 10 (1851), p. 365-367

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__365_0>

EXERCICES SUR LES ÉQUATIONS NUMERIQUES.

1. $x^3 - 18x^2 + 2x - 7 = 0$, $x = 17{,}91015$.
2. $x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 48x - 32 = 0$, $x = 2{,}48906685$.
3. $x^4 - 4x^3 + x + 4 = 0$, $x = 1{,}23772905$.
4. $x^4 + 8x^3 + 14x^2 - 8x + 1 = 0$, $x = 0{,}236$ (il y a deux racines différant peu de $0{,}23$).
5. $x^4 + 9x^2 - 6x + 5 = 0$, $x = 0{,}357401208 \pm 0{,}656331949\sqrt{-1}$.
6. $x^4 - 9x^3 - 9x + 1000 = 0$, $x = 7{,}029548815 \pm 1{,}555451499\sqrt{-1}$.
7. $x^4 - 4{,}1x^3 + 14{,}2x^2 - 20{,}1x + 26 = 0$, $x = 0{,}7183 \pm 1{,}9288\sqrt{-1}$.
8. $x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 20x + 12 = 0$, $x = 1 \pm 2{,}7578\sqrt{-1}$.
9. $x^6 + x + 1 = 0$, x est compris entre $-0{,}7 \pm 0{,}03\sqrt{-1}$ et $-0{,}8 + 0{,}3\sqrt{-1}$.

1°. *Équations à deux inconnues.*

10. $\begin{cases} x^2 + 4xy - 2y^2 - 10 = 0, & x = 2, \quad x = 5{,}43637043, \\ x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 98 = 0, & y = 3, \quad y = -0{,}85308876. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + 4xy - y^3 = 0, & x = 0{,}773571776, \\ x^2 + y^2x - y^2 = 0, & y = 1{,}625681024. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x^4 + y^4 = 300, & x = 2{,}4223817, \\ x^3 + y^3 = 80, & y = 4{,}0368598. \end{cases}$

2°. *Équations transcendantes.*

13. $x^x = 10$, $x = 2{,}506184$.
14. $4^x + 5^x = 10$, $x = 1{,}0697432$.
15. $e^x = 2x + 5$, $x = 2{,}25163$, $x = 2{,}892 + 7{,}210\sqrt{-1}$.

3°. *A deux inconnues.*

16. $\begin{cases} x^y = 5, & x = 2{,}5416, \\ y^x = 4, & y = 1{,}7253. \end{cases}$

4°. Racines exprimées en produits infinis.

17. $x^3 - 18x^2 + 2x - 7 = 0,\ x = 17.1,05.1,003.1,0003\ldots,$

18. $x^3 + 9x^2 - 6x + 5 = 0,\ x = (0,35 + 0,65\sqrt{-1}).1,01$
$$\times(1,002 - 0,004\sqrt{-1})$$
$$\times(1,0002 - 0,0007\sqrt{-1}).$$

19. $\left\{\begin{array}{l} x^4 + y^4 = 300 \\ x^3 + y^3 = 80 \end{array}\right\},\ x = 2,4.1,008.1,001\ \ldots,\ y = 4.1,009\ldots$

Ces exemples sont tirés de l'ouvrage · *Allgemeine auflosang der zahlen-gleichungen mit einer oder mehreren unbekannten :* Solution générale des équations numériques à une inconnue et à plusieurs inconnues; par *Simon Spitzer*, professeur suppléant à l'Institut polytechnique de Vienne. Vienne, 1851; in-folio de 73 pages.

L'auteur donne à chaque racine la forme générale

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \frac{a_3}{10^3} + \ldots + \left(b_0 + \frac{b_1}{10} + \frac{b_1}{10^2} + \frac{b_3}{10^3} + \cdots\right)\sqrt{-1};$$

a_0 et b_0 sont des nombres entiers quelconques, zéro compris; $a_1, a_2, \ldots, b_1, b_2, \ldots$ sont des nombres entiers qui ne peuvent dépasser 9; les quantités b sont nulles pour les racines réelles. Après avoir trouvé $a_0 + \frac{a_1}{10}$, on diminue toutes les racines de cette quantité, par le procédé Budan; la nouvelle équation a une racine moindre que $\frac{1}{10}$, et, par approximation, on trouve $\frac{a_2}{100}$. On diminue alors toutes les racines de la dernière équation de $\frac{a_2}{100}$, on obtient une équation qui a une racine moindre qu'un centième, et, par approximation, on trouve a_3; et ainsi de suite. La même marche, mais plus compliquée, pour les racines imaginaires et pour les équations à plusieurs inconnues. On ne peut connaître le degré d'exactitude, point essentiel dans les méthodes approximatives ; du reste, dans la pratique, la substitution directe fournit toujours un moyen de vérification. Nous reviendrons sur cet ouvrage.