

Sur les racines réelles des équations

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10 (1851), p. 180-181

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__180_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LES RACINES RÉELLES DES ÉQUATIONS.

1. THÉORÈME. *Soit l'équation (algébrique à coefficients réels) ordonnée suivant les puissances décroissantes de*

l'inconnue

$$Ax^p + A_1 x^q + A_2 x^r + \dots = 0;$$

le dernier terme n'est pas nul.

On suppose de plus que $p - r$ et $q - r$ sont premiers entre eux; cette équation ne peut avoir plus de $r + 3$ racines réelles.

Démonstration. Prenons les dérivées successives du premier membre jusqu'à la dérivée de l'ordre r , et égalons ces dérivées à zéro; l'équation dérivée de l'ordre r est de la forme

$$ax^{p-r} + bx^{q-r} + c = 0.$$

Cette équation n'a pas plus de trois racines réelles; donc, d'après le théorème de Rolle, la dérivée qui la précède n'a pas plus de quatre racines réelles, et, remontant jusqu'à l'équation donnée, on trouve qu'elle n'admet pas plus de $r + 3$ racines réelles.

Observation. Si r et p sont de même parité, il est évident que l'équation ne peut avoir plus de $r + 2$ racines réelles.

2. Soient

$$B_1 x^{p'} + B_2 x^{q'} + B_3$$

les trois derniers termes de l'équation; les trois premiers termes de l'équation aux racines inverses seront

$$B_3 y^p + B_2 y^{p-q'} + B_1 x^{p-p'} + \dots = 0.$$

Si donc p' et q' sont premiers entre eux, cette équation ne peut avoir plus de $p - p' + 3$ racines réelles; cette limite appartient évidemment aussi à l'équation donnée.