

Questions d'examen d'admission à l'École polytechnique en 1849

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 39-42

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__39_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**QUESTIONS D'EXAMEN D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
EN 1849**

(voir t. VIII, p. 366).

92. Si les six faces d'un polyèdre sont des parallélogrammes, le polyèdre est-il un parallélépipède? combien faut-il de sommets pour déterminer un parallélépipède? combien faut-il d'arêtes? Suffit-il de connaître les directions des arêtes?

93. $y = \frac{x^2(a+x)}{a-x}$. Trouver l'asymptote et le point le plus haut de la boucle.

94. $a + b\sqrt{-1}$ et $a - b\sqrt{-1}$ sont-ils toujours un même nombre de fois racines dans $f(x) = 0$?

95. $x = \frac{c}{p \cdot q}$, p et q sont premiers entre eux. Démontrer qu'on peut toujours décomposer x en deux parties $\frac{a}{p}$ et $\frac{b}{q}$; le peut-on d'une infinité de manières; la somme des deux parties entières est toujours la même, la somme des deux parties fractionnaires est toujours la même fraction; ne pas s'appuyer sur la résolution de $ax + by = c$.

96. Surface d'un segment d'ellipse compris entre la courbe et une corde donnée.

97. $\frac{(x^m - 1)(x^{m-1} - 1)(x^{m-2} - 1)}{(x - 1)(x^2 - 1)(x^3 - 1)}$ est toujours entier, quel que soit m .

98. Trouver l'arc dont la tangente est $x + 1$ et vaut trois fois l'arc dont la tangente est $x - 1$.

99. On partage le rayon d'une sphère en quatre parties égales; sur les deux divisions moyennes comme diamètre, on décrit une sphère; cette sphère étant enlevée de la grande, trouver le centre de gravité de la partie restante.

100. Un cercle ayant pour surface 1 000 mètres carrés, lui inscrire et lui circoncrire des polygones réguliers semblables dont la différence des surfaces soit moindre qu'un décimètre carré.

101. Équilibre d'une baguette sur deux circonférences concentriques.

102. Par un point donné mener une droite qui s'appuie sur deux circonférences horizontales (Géométrie descriptive): le problème est-il toujours possible?

103 Soient ABC un triangle sphérique, BD la bissec-

trice de l'angle intérieur ABC et BD' la bissectrice de l'angle extérieur CBA' ; démontrer que l'on a la proportion

$$\frac{\sin AB}{\sin BC} = \frac{\sin AD}{\sin CD} = \frac{\sin AD'}{\sin CD'}.$$

Que devient ce théorème quand le triangle sphérique devient triangle rectiligne, par suite de ce que le rayon de la sphère devient infini?

104. Deux paraboles sont, l'une dans le plan des xy , l'autre dans le plan des zx ; la seconde se meut parallèlement à elle-même, son sommet restant constamment sur la première. Trouver l'équation de la surface engendrée; et, par la géométrie descriptive, étant donnée la projection horizontale d'un point de cette surface, trouver sa projection verticale.

105. Équilibre d'une sphère entre deux plans.

106. $\rho = \frac{\text{tang } 3\varphi}{\text{tang } \varphi}$; construire et discuter.

107. On donne l'angle d'un cône dont l'axe est l'axe des x , on donne la projection horizontale d'un point de la surface. Trouver sa projection verticale et le plan tangent en ce point.

108. Lieu des centres de gravité des arcs issus d'un même point sur une même circonférence. Construire avec la règle et le compas la tangente en un point du lieu.

109. Trouver le lieu des points dont le produit des distances aux sommets d'un polygone régulier est constant.

110. Lieu des centres des hyperboles équilatères passant par les sommets d'un triangle rectangle.

111. Intersection de deux cylindres, l'un parallèle au plan horizontal, l'autre au plan vertical, ou bien, l'un perpendiculaire au plan horizontal, l'autre au plan ver-

tical. Construire la tangente en un point (Géométrie descriptive).

112. On a une suite de rectangles dont le sommet commun est A, le sommet adjacent est sur une circonférence, la diagonale de ce second sommet passe toujours par le centre. Trouver le lieu décrit par le sommet P, opposé à A, et par le point M, intersection des diagonales.

113. Aux deux sommets opposés A, B d'un parallélogramme articulé, on applique des forces égales, contraires et dirigées suivant la diagonale AB; aux sommets C, D on applique des forces égales contraires et dirigées suivant la diagonale CD. Quelle est la condition pour que les quatre sommets soient en équilibre?

114. Trouver x , sachant que $\sin\left(\frac{x}{3}\right) = \cos\left(\frac{x}{5}\right)$.

115. MD étant la partie de la normale à une ellipse, comprise entre la courbe et le grand axe, on prolonge cette normale d'une quantité DN égale à MD. Trouver le lieu des points N.

116. Soient S_n et S_{n+1} la somme des $n^{\text{ième}}$ et des $(n+1)^{\text{ième}}$ puissances des racines d'une équation, démontrer que $\frac{S_{n+1}}{S_n}$ a pour limite la plus grande des racines (elles sont toutes réelles).

117. On projette un point du plan d'une ellipse sur un diamètre par une perpendiculaire qui rencontre le diamètre conjugué de ce diamètre en un point dont on demande le lieu.