Nouvelles annales de mathématiques

Terquem

# Note supplémentaire au théorème homographique

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 8 (1849), p. 96-97

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__96_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

*Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques*

http://www.numdam.org/

## NOTE SUPPLÉMENTAIRE AU THÉORÈME HOMOGRAPHIQUE

(t. VII, p. 447)

I. La valeur de $z''$ donnée page 448, ligne 7, est fautive. Il faut lire

$$z'' = \frac{F(a+1) - aN\rho}{M\rho(1-a)}.$$

Substituant cette valeur corrigée et passant aux coordonnées rectangulaires, on trouve pour équation du lieu cherché,

$$\begin{aligned}(1)\quad & F(a^2+1)[Ay^2+Bxy+Cx^2+Dy+Ex+F] \\ & + a[Dy+Ex]^2 - 2aF[Ay^2+Bxy+Cx^2-Dy-Ex-F] = 0.\end{aligned}$$

II. Si l'on remplace $a$ par $\frac{1}{a}$, le lieu ne change pas, ce qu'on peut prévoir à priori; car le lieu est coupé par une droite passant par le pôle O en deux points N et N': l'un répond au rapport $a$ et l'autre au rapport $\frac{1}{a}$. Il suffit donc de considérer les courbes correspondantes aux valeurs de $a$ comprises entre $+1$ et $-1$; nous avons supposé le point N entre M et M', et $a$ est positif: lorsque le point N n'est pas entre M et M', alors $a$ est négatif.

III. Pour $a = 1$, le lieu se réduit à la droite double $(Dy + Ex - 2F)^2 = 0$; c'est la polaire de l'origine, comme cela doit être: le rapport devient harmonique.

IV. Faisant $a = 0$, on trouve la conique donnée. En effet, alors N se confond avec N'; de même en faisant $a = \frac{1}{0} = \infty$; alors F se confond avec M.

V. Posons $a = -1$; l'équation se réduit à

$$ly^2 - 2nxy + l'a^2 = 0.$$

C'est qu'alors le point N se confond avec l'origine O, et le lieu est ce point lorsque le point O est dans l'intérieur, ou bien les deux tangentes à la conique donnée lorsque le point est extérieur.

VI. Les intersections de la conique avec le lieu géométrique sont sur la polaire $Dy + Ex + 2F = 0$; donc, quelle que soit la valeur de $a$, toutes les courbes qui sont données par l'équation passent par les deux points réels ou analytiques.

VII. La polaire de la conique (1) relativement à l'origine est $Dy + Ex + 2F = 0$; donc, quelle que soit $a$, le pôle O a la même polaire, et comme toutes les coniques passent par deux mêmes points situés sur cette polaire, il s'ensuit que toutes ces courbes se touchent en ces points, et par conséquent leurs centres sont sur la même droite. De là le théorème suivant:

VIII. *Théorème.* Si deux coniques ont un double contact, et que par le pôle O de la corde de contact on mène une transversale, coupant la première conique en A et B, et la seconde en A' et B', le rapport anharmonique des quatre points O, A, A', B est réciproque au rapport anharmonique des quatre points O, A, B', B; ces rapports sont respectivement constants pour toutes les transversales issues de O.