Nouvelles annales de mathématiques

Journal de M. Crelle, t. XXXII (1846)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 228-234

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__228_1>

JOURNAL DE M. CRELLE, t. XXXII (1846)

(Voir t. VIII, p 102).

DEUXIÈME CAHIER.

11. *Des modules qui sont des puissances de nombres premiers;* par le docteur SCHÖNEMANN, à Brandebourg sur la Havel. 93-105. (Continuation du Mémoire n° 22 du tome précédent, sur la *Théorie des congruences supérieures.*)

12. *Variationum quas elementa motus perturbati planetarum subeunt nova et facilis evolutio;* par le professeur Aug.-Fer. MOBIUS, à Leipsig. 106-118 (1844).

Exposition claire et presque élémentaire de la méthode des perturbations *spéciales;* on considère les orbites planétaires comme enveloppes d'ellipses variables, puis on calcule les variations de ces ellipses. Cette méthode a été trouvée par Euler (*Mémoires de Saint-Pétersbourg,* 1768), et perfectionnée par Lagrange, Laplace, Bessel, etc.

13. *Sur quelques propriétés des déterminants gauches;* par M. A. CAYLEY, de Cambridge. 119-123 (en français). L'auteur appelle déterminant gauche celui où l'on a $\lambda_{r,s} = -\lambda_{s,r}$; par exemple, dans ce système,

$$\begin{array}{ccc} 1, & a, & -b \\ -a, & 1, & c, \\ b, & -c, & 1 \end{array} \quad \lambda_{1,2} = -\lambda_{2,1}; \text{ et ainsi des autres.}$$

Par les propriétés de ces déterminants, on passe d'un système de coordonnées rectangulaires à un autre, et il y a de belles applications aux équations du mouvement de rotation d'un solide.

14. *Mémoire sur les différentes manières*, etc. (suite du Mémoire n° 3, *voir* p. 103). 124-163.

15. *Démonstration de la proposition que tout nombre non pentagonal peut se décomposer autant de fois en un nombre pair qu'en un nombre impair de nombres différents ;* par le professeur C.-G.-J. Jacobi, à Berlin. 164-175.

Euler a le premier donné la théorie de la partition des nombres dans son *Introductio in analysin*. On trouve, dans cet ouvrage, une induction sur les exposants pentagonaux d'un certain développement, induction qu'Euler a démontrée plus tard rigoureusement. Cette démonstration est l'objet du Mémoire de M. Jacobi, sur lequel nous reviendrons plus tard.

16. *Extrait d'une Lettre adressée à* M. Hermite, *par* M. C.-G.-J. Jacobi, concernant les fonctions abéliennes, et une construction géométrique y relative, insérée dans le *Journal de Mathématiques* (août 1845) [*].

17. *Propositions de géométrie;* par le professeur Steiner. 182-184 (1845).

1°. Toute ligne du troisième ordre contient vingt-sept points P tels, qu'en chacun d'eux elle peut être touchée par une conique, suivant un contact du sixième ordre; de ces vingt-sept points, neuf sont réels et dix-huit imaginai-

---

(*) Dans cette Lettre, on lit vers la fin : *Dans la suite, si vous m'honorez de vos communications, je n'aurai qu'à apprendre.* Voilà comme parle, en 1845, un des plus grands analystes du siècle, à un jeune homme qui a été admis en 1843, le soixante-cinquième à l'École Polytechnique. En 1848, M. Paul Serret, lauréat, que nos lecteurs connaissent, a été déclaré *incapable* res; l'équation du vingt-septième degré, qui détermine ces points, est toujours résoluble algébriquement. Dans ces vingt-sept points, il y en a cent huit fois trois tracés sur une même droite, et ces cent huit droites ont encore des relations remarquables entre elles et entre d'autres points et droites dépendant de la courbe. Ainsi, des neuf points réels, il y en a neuf fois trois sur une même droite, et de ces neuf droites, il y en a certaines trois qui se coupent en un même point Q, et il y a en tout douze de ces points Q.

2°. Si, sur une courbe du troisième degré, on prend deux points fixes P et Q, et un point arbitraire quelconque A; la droite PA rencontre la courbe en un troisième point B; la droite QB rencontre la courbe en un troisième point C; la droite PC rencontre la courbe en un quatrième point D, et ainsi de suite; on inscrit ainsi dans la courbe une figure polygonale ABCDEF..., dont les côtés passent alternativement par P et Q. Si la figure se ferme une fois, on aura un polygone d'un nombre $2n$ de côtés, et, dans ce cas, la figure se fermera toujours, quel que soit le point A que l'on choisisse; dans ce même cas, PQ coupant la courbe en un troisième point R, et si, par ce point R, l'on mène une tangente à la courbe qui la touche en S, alors aux points fixes P et S ou Q et S correspond aussi un polygone fermé d'un nombre $4n$ de côtés.

3°. Dans toute ligne du troisième degré, à un point fixe P, il correspond toujours un point Q pour lequel on obtient un polygone fermé.

a. *Quadrilatère.* Les tangentes en P et Q doivent se couper en un point I situé sur la courbe.

b. *Hexagone.* Si les tangentes en P et Q coupent la courbe en P_1 et Q_1, les droites PQ_1 et QP_1 doivent se couper en un point I sur la courbe.

c. *Décagone.* Les tangentes en P et Q coupent la courbe en P_1 et Q_1; les droites PQ_1 et QP_1 coupent la courbe en P_2 et Q_2; les droites PQ_2 et QP_2 en P_3 et Q_3; les droites PQ_3 et QP_3 doivent se couper en un point I sur la courbe.

4°. Lorsqu'une courbe du quatrième degré a deux points *doubles* P et Q, en les prenant pour points fixes, et faisant les mêmes constructions que ci-dessus (2°), si le polygone se ferme une fois, il se fermera toujours, quel que soit le point A de départ.

(Ces théorèmes ont été insérés dans le *Journal de Mathématiques*, tome XI, p. 468; 1846.)

Fac-simile d'un manuscrit de W.-J.-G. Karsten (en allemand).

C'est un abrégé de sa biographie, qu'il a remis à l'académie électorale, en conformité d'un article de ses statuts. Il dit qu'il est né à Neu-Brandebourg, dans le duché de Meklembourg-Strélitz, le 15 décembre 1732, d'un père pharmacien et d'une mère fille de pharmacien. Écriture très-lisible. Il est mort le 17 avril 1787.

TROISIÈME CAHIER.

18. *Sur les changements de paramètres et d'arguments dans les transcendantes abéliennes et les transcendantes supérieures;* par M. C.-G.-J. Jacobi. 185-196.

Dans la collection des œuvres complètes d'Abel (Christiania, 1839), on trouve dans le tome II, sous les nos IX et X, deux dissertations sur une propriété remarquable d'une classe très-étendue de fonctions transcendantes: M. Jacobi donne une nouvelle exposition de cette propriété.

19. *Sur quelques séries analogues à la série binomiale;* par M. C.-G.-J. Jacobi. 197-204.

Belle généralisation de la série binomiale, dont nous parlerons dans des études sur cette série.

20. *Conversion des séries en fractions continues;* par M. le docteur F. Heine, professeur particulier à Bonn. 205-209.

M. Heine ramène les développements donnés par le professeur Eisenstein (tome XXVIII) à celui d'Euler; savoir :

$$A - B + C - D + E - F \text{ etc.} = \cfrac{A}{1 + \cfrac{B}{A - B + \cfrac{AC}{B - C + \cfrac{BD}{C - D} + \ldots}}}$$

21. *Sur la série*

$$1 + \frac{(q^\alpha - 1)(q^\beta - 1)}{(q-1)(q^\gamma - 1)} x + \frac{(q^\alpha - 1)(q^{\alpha+1} - 1)(q^\beta - 1)(q^{\beta+1} - 1)}{(q-1)(q^2-1)(q^\gamma - 1)(q^{\gamma+1} - 1)} x^2 + \ldots$$

par M. E. Heine, de Bonn. 210-212.

Conversion de cette formule en fraction continue; en faisant $q = 1$, on obtient la série hypergéométrique.

22. *Réduction de l'intégrale* $\int \frac{fx\,dx}{\sqrt{\pm(1 - x^8)}}$ *à des intégrales elliptiques;* par M. le professeur Richelot, à Königsberg. 213-219.

24. *Sur une nouvelle méthode pour l'intégration des équations différentielles hyperelliptiques, et sur la forme rationnelle des équations intégrales complétement algébriques;* par M. C.-G. Jacobi, à Berlin. 220-226 (juillet 1846).

M. Jacobi donne le nom de *hyperelliptique* au système suivant d'équations :

$$\frac{dx_1}{\sqrt{X_1}}+\frac{dx_2}{\sqrt{X_2}}+\ldots+\frac{dx_n}{\sqrt{X_n}}=0,$$

$$\frac{x_1\,dx_1}{\sqrt{X_1}}+\frac{x_2\,dx_2}{\sqrt{X_2}}+\ldots+\frac{x_n\,dx_n}{\sqrt{X_n}}=0,$$

$$\frac{x_1^2\,dx_1}{\sqrt{X_1}}+\frac{x_2^2\,dx_2}{\sqrt{X_2}}+\ldots+\frac{x_n^2\,dx_n}{\sqrt{X_n}}=0,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{x_1^{n-2}\,dx_1}{\sqrt{X_1}}+\frac{x_2^{n-2}\,dx_2}{\sqrt{X_2}}+\ldots+\frac{x_n^{n-2}\,dx_n}{\sqrt{X_n}}=0.$$

Ce sont $n-1$ équations entre les n variables $x_1, x_2 \ldots x_n$; $X_1, X_2 \ldots X_n$ sont des fonctions entières du degré $2n$ des mêmes variables et $n>2$; l'auteur parvient à $n-1$ équations rationnelles, savoir, une du second degré entre la somme des variables et leurs combinaisons 2 à 2 ; et $n-2$ autres équations au moyen desquelles on peut exprimer *linéairement* les combinaisons 3 à 3, 4 à 4, etc., de ces variables, en fonction des racines de l'équation du second degré.

25. *Propriété de deux forces auxquelles peut se réduire un système de forces ;* par M. le professeur Schweins, à Heidelberg. 227-230.

Cette propriété consiste en ce qu'une même droite rencontre perpendiculairement les deux forces et l'axe principal de rotation du système des forces.

Cette propriété a déjà été remarquée, sous une autre forme, par M. Chasles, dans l'hyperboloïde à une nappe.

26. *Mémoire sur les différentes manières,* etc. (suite du Mémoire n° 14). 231-276.

Fac-simile d'un manuscrit de Schröter (le maître de l'immortel Bessel), Lettre datée de Lilienthal, 19 mars 1803; belle écriture (mort en 1816).