Journal de M. Crelle, t. XXXII (1846)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 102-107

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__102_1>

JOURNAL DE M. CRELLE, t. XXXII (1846).

(Voyez t. VI, p 341.)

PREMIER CAHIER.

1. *Théorèmes généraux sur les dérivées d'un ordre quelconque de certaines fonctions très-générales;* par M. O. Schlomilch, docteur ès sciences, lecteur de mathématiques à l'Université d'Iéna. 1-7 (en français).

Connaissant $f(y)$ et tous ses coefficients différentiels par rapport à y, on peut trouver d'une manière indépendante $\frac{d^n f(y^\lambda)}{dy^n}$, λ étant une constante arbitraire.

2. *Sur la valeur que prend l'intégrale déterminée* $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - \mathrm{A}\cos\varphi - \mathrm{B}\sin\varphi}$ *pour des valeurs imaginaires quelconques de* A *et* B; par M. le professeur C.-G.-J. Jacobi, à Berlin (13 février). 8-13.

Soient

$$\mathrm{A} = a + a'\sqrt{-1}, \quad \mathrm{B} = b + b'\sqrt{-1}.$$

Si $(ab' - a'b)^2 > a'^2 + b'^2$, l'intégrale définie est nulle; si $(ab' - a'b)^2 < a'^2 + b'^2$, la valeur de l'intégrale définie est $\frac{2\pi}{\sqrt{1 - A^2 - B^2}}$; mais il faut que la partie réelle du radical soit positive.

3. *Mémoire sur les différentes manières de se servir de l'élasticité de l'air atmosphérique comme force motrice sur les chemins de fer;* une de ces manières constitue les chemins de fer *atmosphériques* proprement dits; par l'éditeur. 14-58 (en français) [*].

4. *Sur la théorie des fonctions elliptiques;* par M. Eisenstein, docteur en philosophie à Berlin. 59-70; continuation du n° 14 du tome XXX. *Observations sur les formules transformatoires.*

5. *Sur les fractions partielles;* par M. Eisenstein, à Berlin. 71-74.

Soit $\Omega = 0$ une fonction entière en x de degré n; x^n a pour coefficient l'unité, et les autres coefficients sont des fonctions de y; $x_1, x_2, \ldots, x_n$ étant racines, on a

$$\log \Omega = \Sigma \log (x - x_\mu),$$

et, en différentiant,

$$\frac{1}{\Omega}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right) = - \Sigma \frac{dx_\mu}{dy} \frac{1}{x - x_\mu}.$$

De là l'auteur déduit les quatre théorèmes relatifs aux fractions partielles, qui sont le sujet d'une dissertation spéciale de M. Jacobi, publiée en 1825; système de théorèmes dont l'illustre analyste dit : « E theorematis, quæ » in elementis algebraicis traduntur, vix exstat aliud ma- » gis utile in æquationibus maxime diversis. »

---

[*] Imprimé à Paris, chez M. Bachelier.

Les auteurs français d'éléments connaissent une manière très-courte d'établir des propositions que M. Jacobi déclare être des plus importantes de l'algèbre élémentaire; ils ne les donnent pas.

6. *Théorèmes dont les propositions connues sur les courbes parallèles sont des cas particuliers;* par M. le professeur J. Steiner. 75-79.

Soient deux courbes quelconques A et B dans le même plan, a un point sur la courbe A, et b un point *correspondant* sur la courbe B, où la tangente en a à la courbe A est parallèle à la tangente en b à la courbe B; supposons que les deux tangentes s'enroulent sur les courbes, mais en restant toujours parallèles, et soit a_1 et b_1 une autre position : aa_1 et bb_1 sont des arcs correspondants. Prenons pour pôle un point quelconque P dans le plan des courbes et concevons un rayon vecteur Pb mené à un point de la courbe B; par le point correspondant a, menons vers la convexité une parallèle ac à Pb, telle qu'on ait $ac =$ Pb: le lieu du point c sera une troisième courbe C formée de l'arc cc_1. Quelle que soit la position du pôle P, on aura toujours un arc cc_1 *congruent* et *homothétique,* c'est-à-dire qu'un arc pourra être placé sur l'autre par un mouvement de translation sans aucune rotation. Si on mène les rayons vecteurs aux points de l'arc aa_1 et qu'on fasse la même construction, on aura une quatrième courbe *congruente* et *symétrique* à la troisième; c'est-à-dire que, pour opérer la superposition, il faudra une rotation de 180 degrés. Si l'on joint deux points correspondants a et b, et qu'on mène par un pôle P une parallèle P$d =ab$, le lieu du point d est une cinquième courbe égale à cc_1 et homothétique ou symétrique, selon le sens suivant lequel on mène la parallèle. Dans chacune de ces trois courbes, les tangentes aux points correspondants sont parallèles, et la longueur de l'arc est égale à la différence des deux arcs aa_1, bb_1. Si, dans la construction de la troisième courbe, on mène la parallèle du côté de la convexité, on obtient une courbe dont la longueur est égale à la somme $aa_1 + bb_1$. Si la courbe B est un cercle et qu'on prenne son centre pour pôle P, on est ramené aux propriétés des courbes parallèles. Des constructions semblables ont lieu pour des surfaces.

Ce Mémoire a été lu dans la séance du 26 mars 1846 de l'Académie de Berlin, et, à la même séance, M. Steiner a établi les propositions importantes suivantes : A deux coniques A et B dans un plan correspondent toujours quatre coniques C telles, que la conique B est, par rapport à C, la polaire réciproque de A ; ces quatre coniques ont des relations telles, que l'une détermine les trois autres. Pour les surfaces du second degré, il y a huit solutions, entre lesquelles existent encore des relations mutuelles.

7. *Sur un moyen général de vérifier l'expression du potentiel relatif à une masse quelconque homogène ou hétérogène; par* M. G. Lejeune-Dirichlet. 80-84 (en français).

On sait qu'on appelle maintenant *potentiel* l'intégrale triple qui exprime la somme des éléments d'une masse, divisés chacun par sa distance à un point quelconque ; les propriétés de cette fonction si importante dans la théorie newtonnienne de l'attraction ont été étudiées par l'immortel Gauss, auquel on doit le nom qui désigne la fonction. L'objet de ce Mémoire est de démontrer que ces propriétés n'appartiennent qu'à cette fonction, et pas à aucune autre.

8. *Sur la stabilité de l'équilibre; par* M. G. Lejeune-Dirichlet. 85-88.

L'auteur montre l'insuffisance des démonstrations de

Lagrange et Poisson fondées sur la théorie des critériums du maximum; il en donne une indépendante de ces critériums, et il termine par signaler une erreur commise par plusieurs géomètres (POISSON, *Traité de Mécanique*, tome II, page 491). Nous donnerons la traduction de ce Mémoire instructif.

9. *Observation sur la théorie des nombres; par* M. le professeur STERN, à Gottingue. 89-90.

1. p nombre premier de la forme $8n+1$, de sorte qu'on a $p = c^2 + 2d^2$;

$$\pm 2c - \frac{4n+1.4n+2\ldots5n}{1.2.3\ldots n} = \dot{p} \text{ (théor. de M. Jacobi) [*]},$$

$$\pm 2c - \frac{2n.2n-1\ldots n+1}{1\ldots n} = \dot{p} \text{ (theorème de M. Stern)},$$

le signe supérieur lorsque c est de la forme $\dot{8}+1$ ou $\dot{8}+3$, et le signe inférieur lorsque c est de la forme $\dot{8}+5$ ou $\dot{8}+7$.

10. *Approximation de la quadrature du cercle*. 91-92.

Soient AOB le diamètre d'une circonférence et COD le diamètre perpendiculaire; par C on mène une parallèle au diamètre AB, et, par conséquent, une tangente au cercle. Dans le quadrant AC inscrivons la corde AS = AO = 1; prolongeons le rayon OS jusqu'à ce qu'il rencontre la tangente menée en C, en T; prenons sur la tangente TZ = 3 AO, de manière que C soit entre T et Z. La différence entre la longueur de la demi-circonférence ACB et la droite DZ = 3,141533 sera un peu moindre que le $\frac{1}{17000}$ du rayon AO. Si l'on prend sur la tangente ZCK = ZD, alors l'aire du triangle ZDK, lorsqu'on a

(*) Le point placé sur cette lettre indique le multiple de la quantité qu'elle surmonte; notation leibnitzienne que j'ai adoptée pour éviter l'écriture incongrue des congruences.

$\cos x = \operatorname{tang} x = 38 . n' \frac{1}{7}$ et $\cos n$, est à peu près égale au $\frac{1}{8}$ de la circonférence.

On trouve cette construction simple dans une brochure publiée à Hambourg, par M. Nicolaï Nawretzky, membre de l'Académie de Saint-Pétersbourg.

Fac-simile d'une Lettre de Maupertuis, datée de Potsdam, le 18 août, sans millésime, et adressée à M. de Prémontval.

On y trouve encore *j'ay,* et vous *envoyerez,* luy, feriés.

(*La fin prochainement.*)