G.-J. DOSTOR

Propriété des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 101-102

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__101_0>

PROPRIÉTÉ DES NOMBRES;

PAR M. G.-J. DOSTOR,
Docteur ès sciences mathematiques.

THÉORÈME. *Dans tout nombre, la somme de plusieurs diviseurs est à celle des quotients correspondants, dans le rapport inverse de la somme des valeurs inverses des diviseurs et de celle des valeurs inverses des quotients.*

Soient $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n$ plusieurs diviseurs du nombre N; $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$ les quotients correspondants, de sorte que

$$\mathrm{N} = d_1 q_1 = d_2 q_2 = d_3 q_3 = \ldots = d_n q_n;$$

je dis qu'on a

$$(d_1 + d_2 + \ldots + d_n) : (q_1 + q_2 + \ldots + q_n)$$
$$:: \left(\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \ldots + \frac{1}{q_n}\right) : \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \ldots + \frac{1}{d_n}\right).$$

En effet, les relations de condition donnent

$$d_1 = \frac{\mathrm{N}}{q_1}, \quad d_2 = \frac{\mathrm{N}}{q_2}, \ldots, \quad d_n = \frac{\mathrm{N}}{q_n},$$
$$\frac{1}{d_1} = \frac{q_1}{\mathrm{N}}, \quad \frac{1}{d_2} = \frac{q_2}{\mathrm{N}}, \ldots, \quad \frac{1}{d_n} = \frac{q_n}{\mathrm{N}}:$$

donc

$$d_1 + d_2 + \ldots + d_n = \mathrm{N}\left(\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \ldots + \frac{1}{q_n}\right),$$
$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \ldots + \frac{1}{d_n} = \frac{1}{\mathrm{N}}(q_1 + q_2 + \ldots + q_n);$$

d'où l'on déduit la proportion énoncée.

Remarque. Dans cette relation, on peut changer en même temps le signe de l'un quelconque ou de plusieurs des diviseurs et celui de la valeur inverse du quotient ou de celles des quotients correspondants.

Ainsi, on a aussi

$$(d_1 - d_2 + \ldots + d_n)\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \ldots + \frac{1}{d_n}\right)$$
$$= (q_1 - q_2 + \ldots + q_n)\left(\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \ldots + \frac{1}{q_n}\right).$$

Corollaire. Dans une hyperbole rapportée à ses asymptotes, la somme d'un nombre quelconque d'ordonnées est à la somme des abscisses correspondantes, comme la somme des abscisses inverses est à la somme des ordonnées inverses.