Méthode rapide d'approximation de la racine cubique d'après le professeur Hill

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 459

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__459_0>

MÉTHODE RAPIDE D'APPROXIMATION

de la racine cubique d'après le professeur Hill (Crelle, t. II, p. 262).

Soit a la première approximation de la racine cubique de N; faisons

$$u=\frac{1}{3}\left(1-\frac{a^3}{N}\right);\ u_1=\left(\frac{2}{3}-u\right)\frac{u^3}{(1-2u)^3};\ u_2=\left(\frac{2}{3}-u_1\right)\frac{u_1^3}{(1-2u_1)^3},$$

et on détermine de même u_3, u_4 .... Ensuite posons

$$y_0=\frac{1-u}{1-2u};\ y_1=\frac{1-u_1}{1-2u_1};\ y_2=\frac{1-u_2}{1-2u_2},$$ etc., on aura :

$$\sqrt[3]{N}=ay_0y_1y_2y_3\ldots.$$

Exemple :

$$N=2;\ a=1;\ u=\frac{1}{6};\ u_1=\frac{1}{128};\ u_2=\frac{253}{768144384},\ \text{etc.};$$

$$y_0=\frac{5}{4};\ y_1=\frac{127}{126};\ y_2=\frac{768144131}{768143878};$$

$$\sqrt[3]{2}=1.\frac{5}{4}.\frac{127}{126}.\frac{768144131}{768143878},$$ vraie jusqu'à la 20ème décimale.

Cette méthode est indiquée sans démonstration.