Nouvelles annales de mathématiques

N. Emery

Solution de la question 175

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 194-196

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__194_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 175 (t. VII, p. 45).

PAR M. N. EMERY,
élève du lycée de Versailles.

La courbe, lieu géométrique des sommets de toutes les paraboles tangentes à un cercle donné et ayant pour foyer commun un point fixe sur la circonférence du même cercle, a pour équation entre les coordonnées polaires

$$\rho^{\frac{1}{3}} = d^{\frac{1}{3}} \cos\frac{\omega}{3}.$$

(Strebor.)

Fig. 28. Soient O le centre du cercle donné, et F le point fixe, foyer de toutes les paraboles, prenons pour pôle le point F et pour axe polaire la droite FO; considérant une de ces paraboles, soit A le point où elle est tangente au cercle; on connaît donc ce foyer, une tangente et son point de contact; il est par suite facile de déterminer le sommet de la parabole.

Joignons en effet FA, menons AC, faisant avec Ax un angle égal à l'angle OAC, par le point F menant DF, parallèle à AC, on aura l'axe ; abaissant KF perpendiculaire sur Dx, et menant KB perpendiculaire sur DF, B sera le sommet.

Désignons la distance BF par ρ et l'angle BFz par ω ; en exprimant que AF = DF, on arrive facilement à l'équation du lieu. Du point O, abaissons OG perpendiculaire sur AF, le triangle rectangle FGO donne :

$$FG = FO \cos\frac{\omega}{3},$$

car $$OFG = GFK = KFD = \frac{\omega}{3};$$

par suite $$FA = d\cos\frac{\omega}{3},$$

d désignant le diamètre du cercle. D'un autre côté le triangle rectangle DKF donne :

$$\rho \times DF = \overline{KF}^2,$$

mais $$\overline{KF}^2 = \frac{\rho^2}{\cos^2\frac{\omega}{3}};$$

donc $$DF = \frac{\rho}{\cos^2\frac{\omega}{3}}.$$

Ainsi l'équation du lieu est :

$$d\cos\frac{\omega}{3} = \frac{\rho}{\cos^2\frac{\omega}{3}},$$

ou bien $$\rho = d\cos^3\frac{\omega}{3}.$$

Je profite de cette occasion, pour faire remarquer deux fautes qui existent dans le premier volume.

Page 492, ligne 11 en remontant, on lit :

« L'équation générale étant rapportée au centre, on a, par la résolution de l'équation, $2Cx + By = 0$; $y = \frac{k'}{m}$; système de diamètres conjugués dont le second est parallèle à l'axe des x. »

Le système de diamètres conjugués est représenté par les équations :

$$2Cx + By = 0 \text{ et } y = 0.$$

Enfin page 494, l'équation

$$m^3 \sin^2\gamma u^2 - 4LN[3m \sin^2\gamma - 4N^2]u - 4L^2 \sin^2\gamma = 0$$

n'est pas exacte, il faut

$$m^3 \sin^2\gamma u^2 + 4LN[4N^2 + 3m \sin^2\gamma]u - 4L^2 \sin^4\gamma = 0.$$

Note. MM. Mention et Paul Serret ont donné la même solution du problème 175.