

G. H. NIEVENGLOSKI

Note sur les annuités

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 8-10

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__8_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LES ANNUITÉS (*).

PAR M. G. H. NIEVENGLOSKI,
Répétiteur au collège royal de Saint-Louis.

—

En résolvant pour n la formule ordinaire des annuités $(a - Cr)(1 + r)^n = a(1)$, on trouve $n = \frac{\log a - \log(a - Cr)}{\log(1 + r)}$.

Si la division se fait exactement, on a le nombre d'années cherchées; mais s'il y a un reste, que signifie-t-il? Car il est clair qu'on ne saurait prendre un nombre fractionnaire pour la valeur de n , la formule (1) étant construite dans l'hypothèse de n entier.

Pour lever la difficulté, cherchons la formule des annuités

(*) Voir Choquet, t. 1, p. 78.

pour un nombre n d'années et k de mois: En conservant la même notation et en raisonnant comme pour la formule (1), on a :

$$C(1+r)^n \left(1 + \frac{kr}{12}\right) = a(1+r)^n \left(1 + \frac{kr}{12}\right) + a(1+r)^{n-2} \left(1 + \frac{kr}{12}\right) + \dots \\ + a(1+r) \left(1 + \frac{kr}{12}\right) + a \left(1 + \frac{kr}{12}\right) + \frac{ka}{12};$$

d'où l'on tire :

$$(a - Cr)(1+r)^n \left(1 + \frac{kr}{12}\right) = a \quad (2),$$

formule générale dont on obtient la formule (1) en faisant $k=0$.

On a maintenant la valeur de n

$$n = \frac{\log a - \log(a - Cr) - \log\left(1 + \frac{kr}{12}\right)}{\log(1+r)}.$$

Comme n doit être entier et que $\log(1+r) > \log\left(1 + \frac{kr}{12}\right)$, il faut que le reste R provenant de la division de

$\log a - \log(a - Cr)$ par $\log(1+r)$ soit égal à $\log\left(1 + \frac{kr}{12}\right)$,

c'est-à-dire qu'on ait $R = \log\left(1 + \frac{kr}{12}\right)$.

Ainsi, voilà la signification du reste lorsqu'en cherchant n par la formule (1), la division ne donne pas un quotient entier.

Alors, pour avoir le nombre de mois k , on détermine le nombre N qui a R pour logarithme, et il vient :

$$1 + \frac{kr}{12} = N, \text{ d'où } k = \frac{(N-1)12}{r}.$$

Quand le reste R est nul, on a $\log\left(1 + \frac{kr}{12}\right) = 0$,

d'où $k=0$.

J'ai employé, suivant l'usage, la progression géométrique pour trouver la formule des annuités, mais on sait qu'il y a un moyen plus simple de l'obtenir. Je demande la permission de le rapporter ici.

Une annuité est une rente payée pendant n années; son capital peut être considéré comme la différence des capitaux de deux rentes perpétuelles dont la première commence aujourd'hui et la seconde après n années seulement. Or, en appelant r les intérêts d'un franc, le capital de la rente perpétuelle a qui commence aujourd'hui est représenté par $\frac{a}{r}$; celui de la rente perpétuelle a qui commence après n années seulement est $\frac{a}{r(1+r)^n}$; donc le capital C de l'annuité a sera :

$$C = \frac{a}{r} - \frac{a}{r(1+r)^n} \text{ ou bien } (a - Cr)(1+r)^n = a.$$

Ce qui est bien la formule (1). On trouvera de même la formule (2) (*).
