

ARISTIDE MARRE

**Note sur les deux expressions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{a}{a+b}$**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 6 (1847), p. 66-67

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1847\\_1\\_6\\_\\_66\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__66_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## NOTE

sur les deux expressions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{a}{a+b}$ .

**PAR M. ARISTIDE MARRE.**

---

Soit proposé de trouver la somme de toutes les puissances à l'infini d'une fraction proprement dite.

Un moyen rapide à employer est celui qui est donné par l'illustre et infortuné Saunderson. En effet, un seul trait de plume suffit, comme il le dit, pour obtenir la somme demandée.

*Exemples.* « Quelle est la somme de toutes les puissances à l'infini de la fraction  $\frac{3}{5}$ , puis de la fraction  $\frac{4}{7}$ , enfin de la fraction  $\frac{1}{2}$ ? Au lieu de  $\frac{3}{5}$ , j'écris  $\frac{3}{3+2}$ , et la réponse est

$\frac{3}{2}$ . Au lieu de  $\frac{4}{7}$ , j'écris  $\frac{4}{4+3}$ , et la réponse est  $\frac{4}{3}$ . Au lieu de  $\frac{1}{2}$ , j'écris  $\frac{1}{1+1}$ , et la réponse est 1. En général, toute fraction moindre que l'unité pouvant être représentée par  $\frac{a}{a+b}$ , la somme de toutes les puissances à l'infini de cette fraction sera égale à  $\frac{a}{b}$ . »

*Démonstration.* Soit  $\frac{a}{1-\alpha}$  la somme des termes d'une progression géométrique décroissante à l'infini, dans laquelle la raison est égale au premier terme, particularité qui se présente dans notre question où les différents termes de la progression sont les puissances successives de la fraction  $\frac{a}{a+b}$ .

Au lieu de  $\alpha$ , substituons donc sa valeur  $\frac{a}{a+b}$ , et il vient pour la somme de toutes les puissances à l'infini de cette fraction :

$$\frac{\frac{a}{a+b}}{1 - \frac{a}{a+b}} = \frac{a}{a+b-a} = \frac{a}{b}, \quad \text{c. q. f. d.}$$

Nous ferons remarquer aussi en passant que ces deux expressions  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{a}{a+b}$  jouissent de la propriété suivante :

Elles sont les formes générales respectives des valeurs des inconnues  $x$  et  $y$  dans l'équation  $xy = x - y$ , c'est-à-dire les formules qui fournissent les quantités telles que leur produit égale leur différence.