

MENTION

Solution de la question 97

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6 (1847), p. 398-399

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__398_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 97. (*V.* t. IV, p. 260.)

PAR M. MENTION.

—

Couper un triangle par une transversale, de manière que trois segments non consécutifs soient égaux. (PROUHET).

Solution. Ajoutant au rayon du cercle circonscrit la distance du centre de ce cercle au centre du cercle inscrit, on aura la valeur du segment triple. On en obtient encore une valeur en retranchant cette distance du même rayon.

Démonstration. Le théorème de Ptolémée donne immédiatement l'équation (x étant la valeur de ce segment).

$$2px^2 - x(ab + ac + bc) + abc = 0,$$

dans laquelle $2p$ est le périmètre du triangle dont a, b, c sont les côtés.

$$\begin{aligned}
 \text{Or } ab + ac + bc &= 2S \left(\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} \right) = \\
 &= \frac{2S (\sin A + \sin B + \sin C)}{\sin A \sin B \sin C} = \frac{2S \cdot 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}}{\sin A \sin B \sin C} = \\
 &= \frac{S}{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}.
 \end{aligned}$$

(S représente la surface du triangle), $abc = 4pRr$.

Substituant ces valeurs, l'équation devient :

$$2x^3 - x \frac{r}{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} + 4Rr = 0.$$

$$x^3 - 2Rx + 2Rr = 0.$$

D'où enfin $x = R \pm \sqrt{R^2 - 2Rr}$.
