

TERQUEM

Question d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6 (1847), p. 34-35

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__34_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'EXAMEN (t. V, p. 703).

A, B, C étant les trois angles d'un triangle rectiligne opposés respectivement aux côtés a, b, c , de l'égalité

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c},$$

déduire la formule $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Solution : l'on a, $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$; $c = \frac{a \sin C}{\sin A}$;

d'où

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 - 2bc \cos A &= a^2 \left\{ \frac{\sin^2 B + \sin^2 C - 2 \cos A \sin B \sin C}{\sin^2 A} \right\} = \\ &= a^2 \left\{ \frac{2 - \cos^2 B - \cos^2 C - 2 \cos A \sin B \sin C}{\sin^2 A} \right\}; \end{aligned}$$

or

$$\cos(B + C) = \cos B \cos C - \sin B \sin C = -\cos A ;$$

d'où

$$2 \cos A \sin B \sin C = 2 \cos^2 A + 2 \cos A \cos B \cos C ;$$

donc

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos A =$$
$$= a^2 \left[\frac{2 - 2 \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C}{\sin^2 A} \right];$$

or

$$1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C = 0;$$

donc

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos A = a^2.$$
