

TERQUEM

Problème sur les directrices dans les coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 164-165

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__164_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

PROBLÈME

sur les directrices dans les coniques.

PROBLÈME. Étant donnée l'équation générale d'une conique, dans son plan, l'angle des axes étant quelconque, quelles sont les relations entre les coefficients, lorsque l'un des axes est une directrice ?

Solution. Soit $Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F = 0$ l'équation de la conique ; γ l'angle des axes. Supposons que l'axe

(*) Facile à démontrer directement.

des γ soit une directrice ; x' et y' étant les coordonnées du foyer, pôle de cet axe, on a :

$$x' = \frac{l}{k}; \quad y' = -\frac{n}{k} \text{ (t. II, p. 305) ;}$$

où $l = D^2 - 4AF$; $k = 2AE - BD$; $n = DE - 2BF$.

Transportons l'origine au foyer, sans changer la direction des axes, l'équation de la courbe devient :

$$k^2(Ay^2 + Bxy + Cx^2) + ky(-2An + Bl + Dk) + kx(2Cl - Bn + Ek) + An^2 - Bnl + Cl^2 - Dnk + Elk + Ek^2 = 0 ;$$

ou bien, en vertu des relations d'identité :

$$k^2(Ay^2 + Bxy + Cx^2) + 2kLlx + Ll = 0 \text{ (t. IV, p. 425) ;}$$

où L est la fonction principale, savoir :

$$L = AE^2 - BDE + CD^2 + F(B^2 - 4AC).$$

L'origine étant au foyer, on a :

$$\left. \begin{aligned} -4Ak^2Ll &= 4k^2L^2 - 4Ck^2Ll \\ -2Bk^2Ll &= -4Ak^2Ll \cos \gamma \end{aligned} \right\} \text{ (t. II, p. 427, 1^{re} ligne) ;}$$

d'où $L = l(C - A)$; $B = 2A \cos \gamma$. Telles sont les deux relations qui doivent exister pour que l'axe des γ soit une directrice ; si c'était l'axe des x , on aurait les relations :

$$L = l'(A - C) ; \quad B = 2C \cos \gamma ; \quad \text{où } l' = E^2 - 4CF.$$

Observation. Cette solution n'est plus applicable lorsque $k = 0$; le centre étant alors sur l'axe des γ , cet axe ne peut être la directrice ; de même lorsque l est positif, car l'axe des γ rencontre alors la conique. Tm.