

MOUTIER

Solution d'une question d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6 (1847), p. 101-102

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__101_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION D'UNE QUESTION D'EXAMEN (t. V, p. 703).

PAR M. MOUTIER,
élève au Collège de Versailles.

D'un point fixe, D (*fig. 18*) d'un diamètre FDE d'un cercle, on mène une sécante quelconque, BDA au cercle ; en A et B on lui mène les tangentes AC , BC ; et on joint les points D et C ; démontrer que le produit

$$\text{tang } ADE. \text{ tang } EDC = \text{constante.}$$

Joignons OC ; et du point C abaissons la perpendiculaire CC' sur le prolongement du diamètre FDE ; la droite CC' est la polaire du point D ; et le point C' est son conjugué ; de sorte que si par le point D on mène des cordes quelconques ; et si par les points de contact avec le cercle régulateur, l'on mène des couples de tangentes, tous les points C seront situés sur la droite CC' .

Évaluons maintenant CC' dans les deux triangles rectangles CDC' , COC' .

$$CC' = C'D \text{ tang } EDC.$$

$$CC' = C'O \text{ tang } COC'.$$

Divisant membre à membre :

$$\text{tang } EDC = \frac{C'O}{C'D} \text{ tang } COC'.$$

Remarquons que dans le triangle rectangle ODM , l'angle

ODM ou **ADE** est le complément de l'angle **COC'**, et alors :

$$\text{tang ADE} = \text{cotang COC}'.$$

Multiplions membre à membre ces deux dernières égalités :
il vient :

$$\text{tang EDC} \cdot \text{tang ADE} = \frac{C'O}{C'D}.$$

Les lignes **CO** et **C'D** étant constantes, le produit des tangentes est constant, et ce produit est égal au rapport des distances du conjugué du point fixé **D**, au centre du cercle régulateur, et à ce point fixe.

Le théorème subsiste encore, lorsque le point **D** (*fig. 19*) est pris sur le prolongement du diamètre ; son conjugué **C'** est alors à l'intérieur du cercle qui est coupé par la polaire **CC'O**.

Nous avons toujours :

$$CC' = C'O \text{ tang COC}'$$

$$CC' = C'D \text{ tang EDC} ;$$

Pour :

$$\text{tang EDC} = \frac{C'O}{C'D} \text{ tang COC}'.$$

Or, dans le triangle rectangle **MOD**, les angles **COC'** et **ADE** étant complémentaires :

$$\text{tang ADE} = \text{cotang COC}' ,$$

et :

$$\text{tang EDC} \text{ tang ADE} = \frac{C'O}{C'D}. \text{ C. Q. F. D.}$$