

TERQUEM

**Recueil de formules et de valeurs
relatives aux fonctions circulaires et
logarithmiques. Suite**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 221-224

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5_221_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RECUEIL DE FORMULES ET DE VALEURS
relatives aux fonctions circulaires et logarithmiques.

Suite. (V. p. 152.)

—

$$31. \frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{9}{2} + \frac{25}{2} + \frac{49}{2} + \dots \quad (\text{Brounker.})$$

$$32. e = 2 + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \frac{4}{4} + \text{etc.} \dots = 1 + \frac{2}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \dots \quad (\text{Euler.})$$

$$33. \sin^2 a + \cos^2 a = \sec a. \cos a = \cos \acute{e}c a \sin a = \tan a \cot a = 1.$$

$$34. \sin(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) = \Sigma \sin a_1 \cos a_2 \cos a_3 \dots \cos a_n - \\ - \Sigma \sin a_2 \sin a_3 \cos a_4 \cos a_5 \dots \cos a_n + \\ + \Sigma \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \sin a_4 \cos a_5 \dots \cos a_n - \text{etc.}$$

$$35. \cos(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \Sigma \cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n - \\ - \Sigma \cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_{n-2} \sin a_{n-1} \sin a_n + \\ + \Sigma \cos a_1 \dots \cos a_{n-4} \sin a_{n-3} \sin a_{n-2} \sin a_{n-1} \sin a_n - \text{etc.}$$

Σ désigne la somme des produits semblables. (V. t. I, p. 346.)

$$36. \sin na = n \sin a \cos^{n-1} a - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} \sin^3 a \cos^{n-3} a + \dots$$

$$37. \cos na = \cos^n a - \frac{n(n-1)}{1.2} \cos^{n-2} a \sin^2 a + \\ + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4} \cos^{n-4} a \sin^4 a. \dots$$

$$38. n \text{ pair ; } \sin na = \cos a \left[n \sin a - \frac{n.n^2-4}{1.2.3} \sin^3 a + \right. \\ \left. + \frac{n.n^2-4.n^2-16}{1.2.3.4.5} \sin^5 a - \frac{n.n^2-4.n^2-16.n^2-36}{1.2.3.4.5.6.7} \sin^7 a + \dots \right]$$

$$n \text{ impair ; } \sin na = n \sin a - \frac{n.n^2-1}{1.2.3} \sin^3 a + \\ + \frac{n.n^2-1.n^2-9}{1.2.3.4.5} \sin^5 a - \frac{n.n^2-1.n^2-9.n^2-25}{1.2.3.4.5.6.7} \sin^7 a + \dots]$$

$$39. n \text{ pair ; } \cos na = 1 - \frac{n^2}{1.2} \sin^2 a + \frac{n^2.n^2-4}{1.2.3.4} \sin^4 a - \\ - \frac{n^2.n^2-4.n^2-16}{1.2.3.4.5.6} \sin^6 a + \frac{n^2.n^2-4.n^2-16.n^2-36}{1. \dots . 8} \sin^8 a \dots$$

$$n \text{ impair ; } \cos na = \cos a \left[1 - \frac{n^2-1}{1.2} \sin^2 a + \right. \\ \left. + \frac{n^2-1.n^2-9}{1.2.3.4} \sin^4 a - \frac{n^2-1.n^2-9.n^2-25}{1. \dots . 6} \sin^6 a + \dots \right]$$

$$40. n \text{ pair ; } (-1)^{\frac{n}{2}+1} \sin na = \sin a \\ \left[n \cos a - \frac{n.n^2-4}{1.2.3} \cos^3 a + \frac{n.n^2-4.n^2-16}{1.2.3.4.5} \cos^5 a - \dots \right]$$

$$n \text{ impair ; } (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin na = \sin a \left[1 - \frac{n^2-1}{1.2} \cos^2 a + \frac{n^2-1.n^2-9}{1.2.3.4} \cos^4 a + \frac{n^2-1.n^2-9.n^2-25}{1.2.3.4.5.6} \cos^6 a - \dots \dots \dots \right]$$

$$41. n \text{ pair ; } (-1)^{\frac{n}{2}} \cos na = 1 - \frac{n^2}{1.2} \cos^2 a + \frac{n^2.n^2-4}{1.2.3.4} \cos^4 a - \frac{n^2.n^2-4.n^2-16}{1 \dots \dots 6} \cos^6 a + \dots \dots \dots \left[\right]$$

$$n \text{ impair ; } (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cos na = n \cos a - \frac{n.n^2-1}{1.2.3} \cos^3 a + \frac{n.n^2-1.n^2-9}{1.2.3.4.5} \cos^5 a - \dots \dots \dots \left[\right]$$

$$42. \sin na = \sin a \left[(2 \cos a)^{m-1} - (m-2)(2 \cos a)^{m-3} + \frac{m-4.m-3.(2 \cos a)^{m-5}}{1.2} - \frac{(m-6)(m-5)(m-4)}{1.2.3} (2 \cos a)^{m-7} + \dots \right]$$

n pair ou impair.

$$43. 2 \cos na = (2 \cos a)^n - n.(2 \cos a)^{n-2} + \frac{n.n-3}{1.2} (2 \cos a)^{n-4} - \frac{n.n-4.n-5}{1.2.3} (2 \cos a)^{n-6} + \frac{n.n-5.n-6.n-7}{1.2.3.4} (2 \cos a)^{n-8} - \text{etc. ; } n \text{ pair ou impair}$$

$$44. n \text{ pair ; } (-1)^{\frac{n}{2}} 2^{n-1} \sin^n a = \cos na - n \cos (n-2)a + \frac{n.n-1}{1.2} \cos (n-4)a - \dots \pm \frac{1}{2} \frac{n.n-1 \dots \frac{n}{2} + 1}{1.2.3 \dots \frac{n}{2}}$$

$$n \text{ impair ; } (-1)^{\frac{n-1}{2}} 2^{n-1} \sin^n a = \sin na - n \sin (n-2)a + \frac{n.n-1}{1.2} \sin (n-4)a - \dots \pm \frac{n+3}{2} \frac{n.n-1 \dots \frac{n+3}{2} \sin a}{1.2.3 \dots \frac{n-1}{2}}$$

$$45. \quad n \text{ pair ; } 2^{n-1} \cos^n a = \cos na + n \cdot \cos (n-2) a + \\ + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \cos (n-4) a \dots + \frac{1}{2} \frac{n \cdot n-1 \dots \frac{n}{2} + 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \frac{n}{2}}.$$

$$n \text{ impair ; } (-1)^{\frac{n-1}{2}} 2^{n-1} \cos^n a = \cos na + n \cdot \cos (n-2) a + \\ + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \cos (n-4) a + \dots + \frac{n \cdot n-1 \dots \frac{n+3}{2}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \frac{n-1}{2}} \cos a. \quad (\text{Suite.})$$