FINCK

Observations sur les notes (p. 403 et p. 465)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 573-576

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__573_1>

OBSERVATIONS

Sur les notes (p. 403 et p. 465).

PAR M. FINCK,

docteur ès sciences, professeur à l'École d'artillerie et au collège de Strasbourg.

Monsieur le rédacteur,

I. Votre note, page 403, provoque une réponse de ma part. Vous prétendez que mes démonstrations sont insuffisantes. Je pense qu'en y regardant de plus près, vous changerez d'avis, quant à la dernière de chacun de mes deux paragraphes. En effet, dans le premier paragraphe, j'ai prouvé que si dans une courbe du second degré on prend deux tangentes *quelconques non parallèles* $p=0$, $q=0$, et la corde de contact $a=0$, l'équation de la courbe se met sous la forme $pq+a^2=0$. Le cas des tangentes parallèles est si simple, que je n'en ai pas parlé.

Dans le second paragraphe j'ai prouvé que si on prend un quadrilatère inscrit quelconque, dans une conique, et si

$p=0$, $q=0$, $r=0$, $s=0$, sont les équations des côtés, l'équation de la conique peut se mettre sous la forme $pq=\lambda rs$.

Chacune de ces démonstrations (je parle de celles où j'ai employé le calcul : les autres peuvent être combattues) se rapporte à un système d'axes déterminés, et peut être généralisée par une transformation de coordonnées. Ces démonstrations sont rigoureuses et complètes pour l'objet que j'avais en vue, les courbes du second degré. Rien n'empêche de démontrer les mêmes propriétés sans le secours des données sur lesquelles je me suis appuyé, et la discussion n'est ni très-longue, ni difficile, tant s'en faut.

Du reste, dans les limites où je me suis renfermé, je puis décliner l'obligation que vous m'imposez, de traiter les courbes de degré supérieur, cependant si vous et vos lecteurs, y trouvez de l'intérêt, je vous donnerai les courbes du troisième degré.

Sur la page 465.

Vous vous étonnez de ce que la théorie des polaires réciproques, n'ait pas trouvé place dans l'enseignement classique, vous en savez la raison et moi aussi. Toutefois pour ma part je n'accepte pas ce reproche, parce que je ne le mérite pas. Pour en être convaincu, on n'a qu'à ouvrir ma *Géométrie élémentaire*, 3e édition, p. 113, prop. 15, *Coroll.*, p. 121, remarque 3, p. 240, remarque, p. 290, remarque. Il me semble que j'en ai dit là, suffisamment quant à la *Géométrie élémentaire*, et *j'enseigne tout ce qui y est dit.* J'ajoute que la *Géométrie analytique* me fournit l'occasion de compléter cela.

Réponse de M. Terquem.

Note. Je n'ai jamais prétendu que par une transformation de coordonnées, on ne puisse généraliser la démonstration.

et la rendre tout à fait rigoureuse ; mais j'ai dit que ces trois formations amènent de nouvelles constantes qui, se joignant aux constantes arbitraires, exigent de nouvelles distinctions, de nouvelles discussions ; de sorte que si l'on tient à la rigueur, il n'y a plus de brièveté, et si l'on tient à la brièveté il n'y a plus de rigueur. Quant au cas particulier des tangentes, je n'ai jamais mis en doute la légitimité des résultats ni les moyens employés pour les obtenir, mais ce genre de raisonnements est-il d'une application générale? J'avoue que je n'en ai nulle conviction, je m'explique.

Soient I_1, I_2, I_3,... I_m, m fonctions définies chacune par l'équation $I_p = d_p y + e_p x + f_p$; d_p, e_p, f_p sont des constantes données, et soit T le produit de toutes ces fonctions. Chacune de ces fonctions égalée à zéro représente une droite, le système de ces droites donne $\frac{m(m-1)}{2}$ points d'intersection. Écrivons l'équation

$$a_1 \frac{T}{I_1} + a_2 \frac{T}{I_2} + \ldots a_m \frac{T}{I_m} = 0 ; \qquad (1)$$

a_1, a_2, a_3,... a_m sont m constantes arbitraires ; cette équation représente une ligne du degré $m-1$ et passant par les $\frac{m(m-1)}{2}$ points d'intersection. Il est facile de construire la tangente à la courbe à un de ces points d'intersection ; p étant le coefficient angulaire de la tangente qui passe par l'intersection de I_1 et de I_2, on a :

$$p(a_1 d_2 + a_2 d_1) + a_1 e_2 + a_2 e_1 = 0 ,$$

ce que l'on obtient en prenant la dérivée de l'équation (1) ; on peut conclure d'autres propriétés communes à toutes ces courbes, et analogues à celle que M. Cayley vient d'indiquer au moyen de la même méthode, pour les lignes du troisième ordre (Journal de Liouville, août 1844, p. 285) ; mais toute ligne du degré $m-1$, peut-elle être mise sous la forme (1) à l'aide des m constantes arbitraires? C'est là ce qu'il faudrait démontrer, nous reviendrons là-dessus à une autre occasion.

Tm.