NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ARISTIDE MARE

Théorème sur le triangle inscrit dans un cercle

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 317-318

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__317_1>

THÉORÈME SUR LE TRIANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE.

PAR M. ARISTIDE MARE,
élève du collége Saint-Louis (institution Barbet).

—

Soit ABC (Fig. 42), *un triangle acutangle inscrit dans un cercle, dont le centre* O *est situé dans l'intérieur du triangle; si des trois sommets* A, B, C, *on mène les rayons* AO, BO, CO, *dont les prolongements rencontrent la circonférence aux points* A′,B′,C′, *: les six points* A,B,C,A′,B′,C′, *seront les sommets d'un hexagone inscrit, dont la surface sera double de celle du triangle* ABC.

Remarquons d'abord que le diamètre AOA′ divise l'hexagone en deux quadrilatères AB′ CA′, AC′ BA′ de même surface ; car le quadrilatère AB′ CA′ se compose des triangles AOB′, B′OC, COA′ respectivement égaux aux triangles BOA′, BOC′, C′OA qui forment le quadrilatère AC′ BA′. Tout se réduit donc à démontrer que le triangle ABC est équivalent au quadrilatère AB′ CA′. Or, les triangles AOB, AOB′ sont équivalents comme ayant des bases égales OB, OB′, et même hauteur. On a de même BOC = B′OC, et AOC = A′OC. Donc, ABC = AB′CA′.

La même démonstration s'applique à un triangle ABC, inscrit dans une ellipse dont le centre O serait intérieur au triangle ; car la démonstration est entièrement fondée sur ce que le point O est le milieu des trois droites AOA′, BOB′, COC′.

Si le centre du cercle est extérieur au triangle ABC (*fig.* 43), l'un des trois angles du triangle ABC sera obtus ; supposons que ce soit l'angle BAC, alors, le centre du cercle sera intérieur au triangle A′BC, et la surface de l'hexagone sera le double de la surface du triangle A′BC ; ou, ce qui revient au même, la surface de l'hexagone sera le double de la somme des surfaces des triangles BAC, et BCB′.