Extraits de journaux. Comptes rendus mensuels de l'Académie de Berlin (1842, de janvier à juillet inclusivement)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 45-48

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__45_1>

EXTRAITS DE JOURNAUX.

Comptes rendus mensuels de l'Académie de Berlin
(1842, de janvier à juillet inclusivement).

Poggendorff. Méthode pour déterminer les maxima relatifs des courants dans deux chaînes voltaïques, suivie d'un essai d'explication de la polarisation galvanique (6—19).

Dirksen. Sommation de séries infinies, en A sin. n_1x et A' cos n_1x; n_1, n_2, etc., étant les racines d'une équation transcendante, et les coefficients A et A' sont donnés en intégrales définies.

On rencontre ces séries dans la mécanique céleste, et Fourier les a trouvées, en calculant le mouvement de la chaleur dans une sphère solide (Laplace, *Méc. cél.*, liv. IX, ch. 4; Fourier, *Th. de la chaleur*, § 290, *page* 348). Poisson a fait une objection contre la solution de Fourier; cette solution suppose une fonction entièrement arbitraire de la distance d'un point au centre de la sphère; or, rien ne prouve, dit Poisson, que la série d'une forme *particulière* qui exprime la valeur de l'inconnue, à l'origine du temps, puisse exprimer une fonction *arbitraire* de la distance au centre (*Th. mat. de la chaleur*, *page* 172). Dans le raisonnement que Poisson substitue à celui de Fourier, on suppose seulement une fonction assujettie à satisfaire à une certaine équation aux différences partielles. Or, objecte, M. Dirksen, une telle fonction n'a pas non plus toute la généralité exigée et n'étant pas entièrement arbitraire, ne peut pas représenter l'état quelconque calorifique du corps. Il démontre la série de Fourier d'une manière directe purement analytique, à l'aide de la théorie des résidus de M. Cauchy; théorie qu'on commence à cultiver et qui est extrêmement avantageuse, comme moyen algorithmique, pour simplifier les énoncés des résultats (20 à 29).

Lejeune-Dirichlet. *Théorème.* α_1, α_2, $\alpha_3 \ldots \alpha_m$ étant m nombres irrationnels; il existe toujours un système de $m+1$ nombres entiers, $x_0, x_1, x_2 \ldots x_m$ positifs ou negatifs, tels que le polynôme $x_0+\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\ldots+\alpha_m x_m=y$ devienne plus petit que le plus grand de ces nombres entiers, élevé à la puissance $-m$

Démonstration. Par la méthode des fractions continues, le theorème est connu lorsque $m=1$; supposons donc $m>1$; soit δ un nombre quelconque; on peut toujours satisfaire à l'inégalité $(2n)^{-m}<\delta$; n étant un nombre entier; qu'on prenne pour x_1; x_2;.... x_m; un quelconque des nombres entiers renfermés dans la progression arithmétique

$-n$; $-(n-1)$; $-(n-2) \ldots -1, 0$; $1, 2$; $3 \ldots n$. alors $y-x_0$

prendra $(2n+1)^m$ valeurs; on peut pour chacune de ces valeurs déterminer une valeur entière de x_0 de telle sorte que y devienne une quantité positive plus petite que l'unité; parmi ces $(2n+1)^m$ fractions, il y en aura donc au moins 2 compris entre les $2n^m$ intervalles que fournit la progression arithmétique 0, $(2n)^{-m}$; $2.(2n)^{-m}$; $3.(2n)^{-m}$...., 1; soient y', y'', deux de ces valeurs; $y'-y''$ est donc compris et est donc moindre que $(2n)^{-m}$ et par conséquent moindre que δ; mais $y'-y''$ est une expression de même forme que y et dans laquelle les quantités x_1; x_2; x_3.... ne deviennent pas simultanément nulles; on a donc pour x_0, x_1, x_2 ....x_m des nombres entiers tels que l'expression y devient plus petite que $(2n)^{-m}$; s le plus grand de ces nombres entiers est au-dessus de $2n$; donc $y < s^{-m}$; et n étant un nombre entier indéterminé, il existe donc une infinité de manières de remplir cette condition; C. Q. F. D.

Nous reviendrons sur ce théorème si important dans la doctrine des nombres irrationnels.

18 juillet (*page* 233). *Essai sur la hauteur moyenne des continents,* par M. A. de Humboldt. Il s'agit, dans cet important mémoire de l'illustre voyageur, de déterminer la hauteur du centre de gravité des volumes des continents (non pas des masses) au-dessus du niveau de l'Océan. Nous devons nous contenter d'en extraire quelques nombres.

Hauteur moyenne des plaines de la France (passant par Bourges, Chartres, Nevers).	80 toises.
Les Pyrénées distribuées sur ces plaines, l'élèveraient de.	18
Les Alpes, le Jura, les Vosges, de	20
Les plateaux du Limousin, de l'Auvergne, des Cévennes, de l'Aveyron, du Forez, du Morvan, de la Côte-d'Or, de.	18
Hauteur moyenne de toute la France, au plus. .	136 toises.

Hauteur moyenne de l'Europe.		205 mètres
id.	Amérique septentrionale.	228
id.	id. méridionale.	345
id.	Asie.	351

On ne possède pas de données suffisantes pour déterminer la hauteur de l'Afrique. Laplace avait conjecturé que la hauteur des continents ne surpassait pas 1000 mètres. (*Mécanique céleste*, t. V, liv. XI, ch. 1, *page* 3) ; cette évaluation qui a donné lieu aux recherches de M. de Humboldt, est trop forte de presque les deux tiers.