GÉRONO

Analyse de l'arithmétique de M. Dumouchel

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 449-453
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__449_1>

ANALYSE DE L'ARITHMÉTIQUE

DE M. DUMOUCHEL.

(Fin. — Voyez pour le commencement, page 412

Les définitions dont nous avons parlé, et quelques-autres sur lesquelles il n'y a rien à dire, composent avec la *numération* le premier chapitre de l'ouvrage. La formation des nombres, leur nomenclature, les règles pour les écrire en chiffres, et les énoncer, ont été données avec beaucoup de détails. En écrivant plus de dix pages sur ce sujet, l'auteur n'a pas, un seul instant, oublié que ses lecteurs étaient censés n'avoir aucune notion de ce qu'il voulait leur apprendre je trouve, en cela, un mérite qui n'est pas commun. Dans un traité moins élémentaire, peut-être eût-il été convenable de donner de la numération, un aperçu plus élevé? — A la maniere dont on en parle dans quelques livres, il semblerait qu'elle consiste uniquement dans une indication plus ou moins détaillée des règles qui sont aujourd'hui suivies pour écrire les nombres et pour les énoncer. Présenter la numération sous un point de vue aussi restreint, c'est attacher trop peu d'importance a la perfection des langues; c'est trop peu tenir compte de l'influence que l'emploi des signes peut exercer sur le développement des idées (*).

Le second chapitre de l'ouvrage de M. Dumouchel, traite des *quatre opérations sur les nombres entiers.* On y trouve d'abord l'explication des signes employés dans le calcul, et les définitions de ces trois mots · *Axiome, Theorème, Problème.* La définition de l'*addition* vient ensuite. Puis, ces deux axiomes « On peut ajouter ensemble des grandeurs de même » espèce. — On ne peut ajouter ensemble que des grandeurs » de même espèce. » Après cela, l'auteur explique, en peu de mots, la règle générale de l'addition, et sans parler d'axiome ni de theorème : ce qui me semble bien.

Les exemples de problèmes qui conduisent à faire des additions, seront pour les commençants d'une utilité réelle.

Le même ordre n'a pas été strictement observé dans la *soustraction.* La définition de la règle est immédiatement

(*) Les ecrits de MM. *Gergonne* et *Alex Humbolt* contiennent, au sujet de la numeration, des observations tres-judicieuses (Voy *Annales de mathematiques de Montpellier*, tome XXI, et le *Journal de Crelle* tome IX suivie de quelques problèmes dont les solutions dépendent de cette opération même. Et viennent les deux axiomes : « On ne peut retrancher l'une de l'autre que des quantités » de même espèce.—On peut retrancher l'une de l'autre des » quantités de même espèce. » Le premier de ces axiomes est au moins inutile, d'après ce qu'on a déjà admis pour l'addition, car s'il était possible de soustraire l'une de l'autre des quantités d'espèces différentes, on pourrait de même les additionner.

Quant à la *multiplication*, elle est d'abord définie, une opération qui a pour but de répéter un nombre, etc. ; mais, en note, on ajoute aussitôt. « Cette définition n'est que le » résultat d'une définition plus générale de la multiplication, » *définition applicable à tous les cas*, et qui est celle-ci :... » Je ferai de nouveau observer ici que s'il s'agit de comprendre en un seul énoncé tous les résultats auxquels on a donné le nom de *produit*, cette dernière définition n'est pas encore la définition générale, car elle ne s'applique pas, sans modifications du moins, au cas des quantités incommensurables ni à celui des expressions imaginaires. Rien n'empêche assurément, en considérant des nombres fractionnaires, de nommer produit le résultat obtenu au moyen d'une division et d'une multiplication ; mais au lieu de vouloir présenter le résultat de cette double opération, comme l'objet définitif, comme le but général de la multiplication des nombres, il serait mieux d'indiquer le motif qui lui a fait conserver le nom de produit.

Au reste, l'auteur explique d'une manière très-simple la règle à suivre pour multiplier les nombres, et sans trop se préoccuper de la plus grande généralité des définitions.

On sait déjà que le raisonnement complet de la *division* des nombres entiers n'a pas été donné dans cet ouvrage. On y trouve seulement une indication précise des calculs à effectuer pour obtenir les quotients cherchés. Plusieurs remarques ont été rassemblées dans un article qui a pour titre « Développements relatifs à la division des nombres entiers. » Ces remarques me semblent généralement utiles, à l'exception, toutefois, de celle ci : « Il sera toujours facile de » reconnaître dans un problème, si le facteur cherché était » multiplicande ou multiplicateur dans l'opération qui a » donné le produit, etc. »

La première partie du troisième chapitre a été réservée à la numération et au calcul des nombres décimaux. La plupart des principes de cette théorie sont présentés avec beaucoup d'ordre et de clarté. Cependant, je dois encore ici mentionner une exception, car il m'a été difficile de suivre l'auteur dans la direction qu'il a prise, à la première page du chapitre, pour parvenir à l'origine des fractions décimales. Voici comment il entre en matière : « Dans l'évaluation » des grandeurs, on prend souvent pour terme de compa- » raison, ou pour unité, une grandeur plus grande que celle » que l'on veut mesurer. Ainsi, que l'on veuille mesurer la » largeur d'un livre, si on prend le mètre pour unité, il est » évident que la largeur du livre donné étant plus petite que » le mètre, il va falloir chercher quelque moyen d'exprimer » en nombre cette largeur.

» Voici comment on s'y est pris.

» On a supposé l'unité divisée en dix parties égales nom- » mées *dixièmes*.... »

Et pourquoi partagerait-on l'unité en dix parties égales, plutôt qu'en tout autre nombre de parties, dans le seul but d'exprimer en nombres des rapports moindres que l'unité ? Si, par exemple, la largeur du livre à mesurer, était précisément égale à la douzième partie du mètre qui sert d'unité. en divisant l'unité en parties décimales, pour parvenir a l'expression numérique de la grandeur considérée, on s'y serait mal pris.

Dans la dernière section de ce chapitre, le système légal des poids et mesures a été exposé en détail et commenté avec soin.

Le chapitre 4 contient le calcul des fractions ordinaires. On y donne, sans démonstration, le moyen de trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres, par des divisions successives. Cette méthode due à *Euclide*, est des plus remarquables; elle a, seule, constitué une des plus importantes théories de la science du calcul; le raisonnement qui sert à l'établir est d'ailleurs assez simple pour n'embarrasser personne, il devrait se trouver dans tous les traités d'Arithmétique.

Le chapitre 5 est entièrement rempli par des applications numériques. L'auteur en a fait une analyse suffisante, en disant dans la préface de son ouvrage : « J'ai résolu, *avec le* » *seul secours du raisonnement*, toutes les questions de cal- » cul connues sous le nom de règles de trois, règles d'inté- » rêt, d'escompte, de société, etc. » Cette phrase que j'ai déjà trouvée ailleurs, signifie, je crois, qu'on a résolu les questions dont il s'agit, à l'aide d'un calcul dans lequel aucune proportion n'est écrite. Cela peut être bien; mais il faudrait au moins s'exprimer de manière à ne pas faire présumer que l'emploi des proportions exclut tout à fait le raisonnement, car il est possible de les employer, très-raisonnablement. Je ne vois aucun motif réel pour être exclusif à cet égard. S'il est des cas où l'on fait bien de se passer des proportions, il y en a d'autres où l'on ferait mieux de s'en servir; et quant aux raisonnements, le meilleur est encore celui qui conduit le plus simplement possible au résultat cherché.

G.