H. GROUT DE SAINT-PAER

Deuxième démonstration du théorème 2

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 311

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__311_0>

DEUXIÈME

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME 2 (page 57). (*)

PAR M. H. GROUT DE SAINT-PAER,

Elève du collége de Versailles.

—

Soient AE et CD, *fig.* 62, les deux bissectrices égales, je dis qu'on aura $AB = BC$. Soit K le point où les deux bissectrices AE et CD se coupent; menons BK et prolongeons cette ligne jusqu'à la rencontre de AC en M. BKM sera bissectrice de l'angle ABC. Par les trois points D, B, C faisons passer une circonférence et soit O son point d'intersection avec BKM; le point O est le milieu de l'arc DPC, et si l'on mène DO les deux triangles semblables DKO, DBO donneront :

$$(OK + BK)\,OK = \overline{DO}^2.$$

Par les trois points A, B, E faisons passer une circonférence, il est aisé de voir qu'elle sera égale à celle qui passe par les trois points D, B, C; je dis qu'elle passera par le point O. Désignons par α la distance du point K au milieu de l'arc AQE, comme α doit être comptée à partir du point K sur BK prolongée, si nous montrons que $\alpha = OK$, il faudra que le point O soit sur l'arc AQE et en son milieu; mais si nous joignions ce milieu au point E, en observant que la corde qui en résulterait égalerait DO, nous aurions : $(\alpha + BK)\,\alpha = \overline{DO}^2$, donc $\alpha = OK$. Mais si O est milieu de l'arc AQE nous aurons $AO = OC$, donc les angles AOB, COB sont égaux; d'ailleurs l'angle $ABO = OBC$, le côté BO est commun, donc les deux triangles OAB, OCB sont égaux, donc $AB = BC$.

(*) Voir p. 138.