

Problèmes et théorèmes à démontrer

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 246-248

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__246_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

PROBLÈMES ET THÉORÈMES A DÉMONTRER.

23. Dédire des propriétés du triangle rectangle que le module de la somme de deux types imaginaires est plus petit que la somme des modules de ces deux types, et plus grand que leur différence. Le type imaginaire est représenté, comme on sait, par $a + b\sqrt{-1}$, et son module par $\sqrt{a^2 + b^2}$, pris positivement.

24. Pour mesurer un angle solide, on conçoit une sphère

de rayon quelconque, ayant son centre au sommet de l'angle ; la portion de la surface sphérique interceptée, divisée par le $\frac{1}{8}$ de la surface totale, donne un quotient proportionnel à l'angle solide. Ainsi, l'angle solide tri-rectangle a pour mesure l'unité, et la somme de tous les angles solides du cube est égale à 8. Quelle est la somme des angles solides dans chacun des quatre autres corps réguliers ?

Observation. M. Catalan a trouvé, à l'aide du calcul intégral, la mesure de l'angle solide du cône inscrit dans un segment sphérique, c'est-à-dire d'un cône ayant son sommet sur la sphère et pour base celle du segment. Cette mesure est exprimée en fonctions elliptiques. (J. de Mathématiques, tome 6, p. 419, année 1841.)

25. De tous les cônes inscrits dans un segment sphérique, celui qui a pour sommet le pôle de la base a le plus petit angle solide : la somme des deux angles solides des cônes qui ont pour sommets respectifs les pôles de la base commune est égale à 4.

26. Dans un quadrilatère inscrit, on prolonge les côtés opposés pour former le quadrilatère complet. Si l'on mène les bissectrices des deux angles extérieurs et qu'on prolonge ces lignes jusqu'à ce qu'elles coupent les côtés du quadrilatère, les milieux des portions de ces bissectrices interceptées dans le quadrilatère et les milieux des diagonales du quadrilatère sont sur une même droite.

27. Étant données deux équations algébriques, chacune à une inconnue, trouver une troisième équation qui ait pour racines les différences que l'on obtient en retranchant successivement chaque racine de la seconde équation de chaque racine de la première ?

28. Parmi les m quantités $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$, il y a p quantités négatives. Combien y a-t-il de termes négatifs dans le développement de $(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m)^n$, n étant un nombre entier positif ?

29. Par un point A situé dans le plan d'une conique, on mène un diamètre, une seconde droite conjuguée à ce diamètre et une troisième droite quelconque rencontrant la courbe en deux points; menant deux tangentes par ces deux points, elles coupent la seconde droite en deux points également distants du point A.

30. Trouver la loi du développement de

1° $\sin (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m)$. 2° de $\cos (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m)$

3° En déduire les formules connues pour $\sin na$, $\cos na$.

AVIS.

Désirant publier les solutions données par les élèves qui ont remporté les prix de mathématiques aux concours entre les collèges de Paris depuis la première année de l'institution, nous prions les lauréats de vouloir bien nous adresser des copies authentiques et les noms des professeurs : nous en ferons tirer un certain nombre d'exemplaires à part pour les tenir à leur disposition.
