Terquem

Analyse d'ouvrages

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 119-122
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__119_1>

ANALYSE D'OUVRAGES.

SOLUTION OF THE QUADRATURE OF THE CIRCLE, 1841 (mars). — *Solution de la quadrature du cercle.* Édimbourg, in-8° de 11 p. L'auteur de cet opuscule anonyme est M. Maccook, d'Édimbourg. (Compte rendu de l'Académie des sciences, 10 janvier 1841, p. 75.)

Nous ne nous occuperons de cette solution que pour bien établir l'état de la question sur laquelle il règne des idées qui ont besoin de quelques éclaircissements. Distinguons d'abord ce qui est parfaitement démontré et définitivement acquis à la science.

1° La longueur d'une circonférence quelconque divisée par son diamètre donne toujours le même quotient.

2° La surface d'un cercle quelconque, divisée par le carré du rayon, donne encore un quotient constant, égal au précédent. La première proposition est due à Archimède, et la seconde est énoncée dans Euclide (liv. XII, prop. 2); mais l'identité des deux quotients n'a été établie que par le géomètre de Syracuse, qui a découvert, encore le premier, que ce quotient est compris entre $3\frac{10}{71}$ et $3\frac{10}{70}$. (Archimède, *Mesure de la circonférence et du cercle*, prop. 2.) Les modernes désignent ce quotient par la lettre grecque π; on sait que Vega, geomètre autrichien, a calculé la valeur de π avec 140 figures décimales, dont 126 sont garanties (*), ce sont celles de *Lagny*.

3° Lambert a démontré, dans le dernier siècle, que dans aucun système de numération, il n'est possible d'écrire π avec un nombre fini de chiffres; en d'autres termes, que π est un nombre irrationnel. (Voir Legendre, *Géométrie*, note IV.)

4° Le même analyste a démontré qu'en élevant π au carré, on forme encore un nombre irrationnel.

Ainsi, tous ceux qui cherchent à exprimer π ou π^2 par un nombre fini de chiffres, montrent qu'ils ne sont pas au courant des connaissances acquises.

Il n'est pas démontré que π, élevé à une puissance supérieure à la seconde, ne puisse être un nombre rationnel. En général, on n'a aucune preuve que π ne puisse être la racine d'une équation algébrique, fût-elle même du second degré,

---

(*) Vega (Georgii). *Tabulæ logarithmico-trigonometricæ* Lipsiæ, 1797 Tome I, appendix, p. 408.

mais à trois termes. De sorte qu'il n'est pas démontré qu'on ne puisse trouver, par la règle et le compas, une droite ayant même longueur que la circonférence, ou un carré ayant même aire que le cercle. On sait seulement que cette droite, si elle existe, est incommensurable, à l'égard du rayon; il en est de même du côté du carré; toutefois, il est de toute certitude qu'une droite, croissant depuis zéro jusqu'à l'infini, il y a un instant où elle parvient à une longueur égale à une circonférence donnée; mais cette longueur est-elle racine d'une équation algébrique dont les coefficients sont des fonctions algébriques du rayon ? Ce n'est pas probable. Voici quelques conjectures à ce sujet. Il est démontré, le rayon étant pris pour unité, que lorsque un arc divisé par la circonférence donne un quotient rationnel qui n'est ni $\frac{1}{6}$, ni $\frac{3}{6}$, la corde de cet arc est incommensurable (*); autrement, les périmètres de tous les polygones réguliers inscrits, l'hexagone excepté, sont incommensurables et sont racines d'une équation d'un degré d'autant plus élevé que le polygone a plus de côtés; de sorte qu'à la limite, pour la circonférence, il paraîtrait que ce degré devrait être infini, ce qui est précisément le caractère des équations transcendantes.

Les personnes qui sont à la poursuite d'équations algébriques, sans précisément se livrer à des opérations absurdes, risquent de perdre leur temps, qu'elles emploieraient mieux en cherchant à démontrer rigoureusement l'impossibilité de ces sortes d'équations; ce qui est encore un desideratum.

M. Maccook appartient à cette seconde classe de *cadrateurs*, et procède ainsi : il inscrit un carré dans une circonférence, mène les deux diagonales et les deux diamètres perpendiculaires aux côtés; il fait tourner autour de chaque côté du carré, l'arc de 90° qu'il sous-tend; le cercle se trouve ainsi partagé en

(*) Journal de Liouville.

seize demi segments égaux et en huit triangles mixtilignes égaux ; et chaque cadran renferme quatre demi-segments et deux secteurs ; combinant ensemble ces demi-segments et ces triangles, en les juxtaposant, en les superposant, retranchant, ajoutant, il croit être parvenu à un trapèze équivalent à la huitième partie du cercle. Adoptant son résultat, on trouve qu'on devrait avoir $\pi = 2(1+\sqrt{8\sqrt{2}-11})$; faisant le calcul, la valeur de π est fausse dès la seconde décimale.

On est dispensé de discuter la validité des raisonnements de l'auteur.

Tm.