MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

JEAN PETITOT

La neige est blanche ssi... Prédication et perception

Mathématiques et sciences humaines, tome 140 (1997), p. 35-50
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1997__140__35_0>

Math. Inf. Sci. hum., (35^e année, n°140, *1997*, pp.35-50)

LA NEIGE EST BLANCHE SSI ... PRÉDICATION ET PERCEPTION

Jean PETITOT[1]

RÉSUMÉ — *L'article traite des liens entre la syntaxe et la sémantique formelle (de nature logique) des jugements perceptifs et leur contenu proprement perceptif (de nature géométrique). Dans les situations les plus élémentaires le contenu perceptif se ramène à des remplissements de domaines spatiaux (l'extension des objets) par des qualités sensibles (couleurs, textures, etc.). Ces remplissements sont descriptibles par des sections de fibrations appropriées, qui sont des cas particuliers de faisceaux. Il faut donc comprendre comment une syntaxe logique peut être sémantiquement interprétée en termes de sections de faisceaux. Cela est possible dans le cadre de la théorie des topoï.*

SUMMARY — Snow is white iff.... Predication and perception.
The paper tackles the problem of the links between the formal (logical) syntax and semantics of perceptive judgements and their perceptive (geometrical) content. In the most elementary situations, the perceptive content is reducible to a qualitative filling-in of spatial domains (objects' extensions) by sensible qualities (colors, textures, etc.). These filling-in are describable by sections of suitable fibrations, which are particular cases of sheaves. The problem is therefore to understand how a logical syntax can be semantically interpreted in terms of sections of sheaves. This is possible in the framework of topos theory.

Au Professeur André Lentin
en hommage amical

INTRODUCTION

André Lentin ayant particulièrement étudié la richesse des liens entre la sémantique des langues naturelles et les formalismes syntaxiques, je voudrais, en hommage à son œuvre, présenter quelques remarques sur ce thème issues de mes travaux cognitifs récents concernant les liens entre prédication et perception.

Les approches cognitivistes du langage ont conduit (entre autres) à repenser en profondeur les liens entre la sémantique des langues naturelles et les structures de la perception. Elles ont fait apparaître un nombre considérable de nouveaux problèmes dont l'approche formelle exige des outils appropriés assez éloignés de ceux, classiques, de la sémantique formelle. Dans cette note, j'aimerais proposer quelques remarques concernant, dans cette perspective, les formes les plus primitives et les plus triviales de prédication dans les jugements perceptifs comme "la neige est blanche" (Tarski), "l'hexaèdre est rouge" (Husserl), "le ciel est bleu" (Thom). Le caractère tautologique de la définition tarskienne de la vérité : la neige est

[1] CAMS, EHESS, petitot@ehess.fr.

blanche ssi "la neige est blanche" est le symptôme de l'oubli de la perception dans l'analytique logique classique. C'est sur ce point précis que je voudrais centrer mes réflexions. Je commencerai pour ce faire par suivre certaines remarques de Husserl.

1. PRÉSENTATION PERCEPTIVE ET REPRÉSENTATION PROPOSITIONNELLE DANS *ERFAHRUNG UND URTEIL* DE HUSSERL

1.1. Présentation géométrique et représentation propositionnelle

Les formules atomiques de type "S est p" que sont les jugements d'attribution de qualités sensibles à des objets spatialement localisés se situent au degré zéro de l'échelle logique. Tant leur syntaxe que leur sémantique sont triviales. Mais cette trivialité apparente disparaît dès que l'on essaye de comprendre les liens qui peuvent exister entre leur structure syntaxico-sémantique et la scène perceptive — que nous noterons $<S, p>$ — qu'ils décrivent et dénotent.

La scène perceptive $<S, p>$ correspond à la donnée d'un domaine spatial W_S (l'extension de l'objet S) rempli par une qualité sensible p. Elle est "synthétique", de format géométrique et "présentationnelle" (au sens de l'opposition philosophique et phénoménologique classique entre *Darstellung* (présentation) et *Vorstellung* (représentation)). Au contraire, le jugement prédicatif "S est p" est quant à lui "analytique", de format propositionnel et "représentationnel". Quel rapport il y a-t-il entre ces deux formatages, c'est-à-dire, entre d'un côté le remplissement intuitif d'extensions spatiales par des qualités et d'un autre côté les catégories syntaxiques de la prédication ?

Ces problèmes ont été fort peu étudiés par les traditions logico-sémantiques. Il existe pourtant une exception notable, de première importance, celle de Husserl. En particulier dans les extraordinaires réflexions sur l'origine perceptive de la prédication que l'on trouve dans *Erfahrung und Urteil.*

1. 2. Erfahrung und Urteil

Dans cet ouvrage, dont le sous-titre *Untersuchungen zur Genealogie der Logik* exprime bien les intentions, Husserl cherche à clarifier phénoménologiquement les origines de la prédication. Il y élabore (entre autres) une théorie des propositions atomiques "S est p" dans le cadre d'une apophantique formelle (i.e. d'une théorie syntaxique) et d'une ontologie formelle (i.e. d'une théorie catégorielle et sémantique générale des objets, comme la méréologie ou la théorie des ensembles). Si sa perspective est "généalogique", c'est parce que, selon lui, la logique formelle classique occulte le problème fondamental de *l'évidence* dans le concept logique de vérité. "Evidence" signifie ici l'immédiateté de la donation des phénomènes dans la présentation perceptive (la "direct acquaintance" des russelliens).[2]

> "Le caractère formel de l'analytique logique consiste en ce qu'elle ne s'interroge pas sur la qualité matérielle [i.e. perceptive] de ce quelque chose [donné dans la perception], qu'elle n'envisage les substrats qu'en fonction de la forme catégoriale qu'ils prennent dans le jugement."[3]

---

[2] Pour une analyse philosophique de l'évidence, cf. l'ouvrage de référence Gil [1993].

[3] Husserl [1954], p. 28.

Comme “jugement catégorique fondé dans la perception”,[4] un jugement prédicatif à contenu perceptif de type “S est p” est enraciné dans l’expérience ante-prédicative et pré-judicative du monde perceptivement donné et c’est bien cet enracinement — ce qu’il appelle une “fondation” — que Husserl veut thématiser comme tel. Il retrace pour ce faire la “genèse catégorielle” des catégories logiques “primitives” (sujet/prédicat), genèse qui convertit l’unité perceptive synthétique $<S, p>$ d’une extension spatiale substrat S délimitée par un bord (contour apparent) et possédant un moment dépendant p (qualité sensible) en l’unité syntaxique analytique de la proposition “S est p”. Il ramène cette conversion d’une présentation perceptive en une représentation propositionnelle à une opération réflexive de *thématisation* et de *typification logique* qui typifie les substrats en sujets et les moments dépendants en prédicats. Telle est selon lui

> “l’origine des premières catégories dites ‘catégories logiques’”.[5]

Comme il y insiste,

> “dans le jugement prédicatif le plus simple, une *double information* est traitée” (p. 252)

car *sous* l’information syntaxique catégoriale “sujet/prédicat” concernant les “formes fonctionnelles” des termes de la proposition, il existe une autre information concernant les “formes noyaux” /substrat = indépendance/ et /moment qualitatif = dépendance/. Selon Husserl, la prédication est un processus basé sur

> “le recouvrement des formes noyaux comme matériel syntaxique pour les formes fonctionnelles.” (p. 252).

C’est cette typification logique en catégories syntaxiques des relations synthétiques de dépendance substrats-qualités qu’il s’agit de formaliser. Avant que d’y venir, faisons quelques remarques de nature plus philosophique.

1.3. Intérêt d’une approche morphologique

Si l’on veut, au-delà d'une description eidétique pure, transformer la description phénoménologique en source de modélisation, il faut alors pouvoir formaliser les phénomènes de remplissement qualitatif constitutifs des états de choses $<S, p>$. Nous traiterons ce point au paragraphe suivant et en proposerons une approche *morphologique* (au sens thomien).

Mais remarquons tout de suite que la possibilité de disposer d’une *présentation morphologique d’un schème sensible* $<S, p>$ qui soit *différente* de la proposition “S est p” brise

- (i) le cercle vicieux qui, depuis le *Tractatus* wittgensteinien, affirme que les structures et les propriétés qualitatives du monde sensible n’existent qu’à travers les *jugements* qui les interprètent et ne peuvent être montrés (présentés) autrement (c’est-à-dire au fond que toute *Darstellung* est toujours-déjà une *Vorstellung*), et
- (ii) le caractère tautologique de la définition tarskienne de la vérité : la neige est blanche ssi “la neige est blanche”.[6]

---

[4] Husserl [1954], p. 79.

[5] Husserl [1954], p. 134.

[6] Pour une critique de cette définition tautologique dans le cadre de la théorie des topoï que nous utilisons plus bas, cf. Moerdijk-Reyes [1991].

Elle permet aussi d'entrevoir la solution à un certain nombre de difficultés qui on fait l'objet d'un nombre considérable de discussions philosophiques.

- (i) La représentation propositionnelle "*S* est *p*" de la présentation morphologique <*S*, *p*> possède un contenu qui est intensionnel à un double titre. D'abord parce qu'il représente l'état de chose sous un certain aspect, celui présenté par <*S*, *p*>. Ensuite parce que les spécificités de l'aspect de <*S*, *p*> (par exemple l'extension exacte de *S*, les valeurs exactes de *p*) *ne sont pas* reflétées dans le jugement "*S* est *p*" : celui-ci fonctionne en fait d'une façon analogue à celle des *indexicaux*. Tout jugement perceptif élémentaire ne peut fixer sa référence que de façon pragmatique : le lien entre "*S* est *p*" et <*S*, *p*> est contrefactuel. Comme nous allons le voir, la sémantique naturelle des jugements perceptifs est donc une sémantique à la Kripke, mais d'un nouveau type.
- (ii) Cela explique le fait que la représentation "*S* est *p*" possède une propriété sémantique en vertu de laquelle elle représente le schème sensible <*S*, *p*>. La relation entre *S* et *p* dans le jugement "*S* est *p*" est donnée par la relation de dépendance constitutive de la structure morphologique du schème sensible <*S*, *p*>. Or ce dernier diffère de l'état de choses objectif associé (un schème sensible n'est pas objectif au sens "chosique"). D'où d'ailleurs la possibilité de méprise représentationnelle.

II. LA PRÉDICATION SELON THOM

Pour obtenir une formalisation morphologique nous reprenons la façon dont, par exemple dans l'*Esquisse de Sémiophysique*[7], René Thom analyse un jugement perceptif banal comme "le ciel est bleu". Le remplissement d'une extension spatiale *W* par une qualité sensible (comme une couleur) appartenant à un genre de qualité *G* se décrit par une application :

$$\begin{aligned} g : W &\rightarrow G \\ w &\rightarrow g(w) \end{aligned}$$

qui, à tout point *w* de *W*, associe la valeur de la qualité en ce point. Mais en fait, il est naturel d'interpréter *g* comme *une section de la fibration* $\pi : E=W\times G\rightarrow W$, $(w, s)\rightarrow w$ de base *W* et de fibre *G* qui associe au couple (w, s) d'un point *w* de la base *W* et d'un point *s* de la fibre *G* le point *w*.[8] Cela signifie que la valeur $g(w)$ de *g* en *w* est considérée comme appartenant à l'exemplaire de *G* qui est la fibre $\pi^{-1}(w)$ de π au-dessus de *w*. Plus précisément, on considère le produit cartésien $W\times G$ de l'espace "extensif" *base W* par l'espace "intensif" *fibre G*. Le remplissement de *S* par *p* se trouve alors décrit par la section $g : W\rightarrow W\times G$ de π qui associe à tout point *w* de *W*, le couple $(w, g(w))$ où $g(w)$ est la valeur de la qualité *p* en *w*. La section *g* décrit donc le remplissement <*S*, *p*>, i.e. la structure perceptive (évidemment hypersimplifiée).

Un tel point de vue est imposé aussi bien par la plausibilité neurophysiologique [9] que par les équivalents technologiques[10]. Il permet par ailleurs de schématiser les relations de

---

[7] Thom [1988].

[8] Rappelons (i) qu'une fibration est un recollement de fibrations triviales de type projection d'un produit direct sur l'un de ses facteurs et (ii) qu'une section d'une fibration $\pi : E \rightarrow W$ est une application $s : W \rightarrow E$ qui "relève" π, i.e. telle que $\pi o s = 1_W$. Ce concept est devenu omniprésent en géométrie différentielle et en physique mathématique.

[9] Il faut en effet souligner que le concept géométrique de fibration est neuro-physiologiquement pertinent. Les structures (hyper)columnaires du cortex (qui permettent d'associer à chaque position rétinienne un élément comme une couleur, une texture, une direction, etc. et donc de définir des *champs rétinotopiques* de tels éléments) constituent des implémentations (évidemment discrétisées) de fibrations. Cf. Petitot [1994c].

dépendance unilatérale (les hiérarchies ontologiques) entre les genres d'entités. Que l'extension spatiale (qualité "première") soit ontologiquement première par rapport aux qualités "secondes" se trouve traduit par le fait que, dans la fibration $\pi : E \rightarrow W$, l'extension W est *la base* (qui peut exister de façon indépendante) alors que le genre de qualités G est *la fibre*.[11] De telles schématisations géométriques permettent, selon R. Thom, de dépasser le "hiatus infranchissable entre le logique et le morphologique".[12]

En général l'espace de genre G est qui plus est *catégorisé* en espèces (en "essences" qualitatives, en *species*) : $C_1, ..., C_n$ (les *types* de couleurs), par exemple par un potentiel $V : G \rightarrow \mathbb{R}$. Les bassins d'attraction des minima définissent alors les catégories (les espèces) de G et les minima fonctionnent comme des prototypes. Selon Thom, si $p \subset G$ est une de ces catégories, si ∂p est son bord et si S est le nom de l'entité de substrat W considérée, le jugement perceptif "S est p" s'interprète "perceptivement" par le fait géométrique — et même, plus précisément, *morphologique* — que l'image $g(W)$ de la section $g : W \rightarrow W \times G$ est *encapsulée* dans le cylindre $W \times \partial p$, autrement dit que les valeurs $g(w)$ de la qualité aux différents points w de W appartiennent toutes à la catégorie p.[13]

Nous avons donc deux CNS de validité pour un énoncé atomique "S est p" :

- 1. La CNS tarskienne : l'énoncé "S est p" est vrai ssi l'état de choses correspondant «S est p» est vérifié («S est p» ne pouvant être présenté qu'au moyen du jugement "S est p").
- 2. La CNS thomienne : l'énoncé "S est p" est vrai ssi l'image $g(W)$ de la section $g : W \rightarrow W \times G$ est encapsulée dans le cylindre $W \times \partial p$.

La première est logique et prédicative mais "aveugle" (sans intuition remplissante). La seconde est morphologique mais ante-prédicative et pré-judicative. Comment en effectuer la synthèse ? C'était exactement le problème de Husserl.

III. L'INDEXICALITÉ PRAGMATIQUE DES JUGEMENTS PERCEPTIFS

Comment penser le lien entre le schématisme géométrique et la formalisation traditionnelle des jugements en termes de logique formelle ? Le problème est délicat car, comme nous l'avons vu en I.3. et comme l'avait déjà profondément remarqué Wittgenstein, dans des jugements perceptifs du type "S est p", "R est plus clair que S", etc., *la spatialisation des objets et des qualités n'est pas explicite.*[14]

C'est dans ce sens que l'on peut dire que les jugements perceptifs sont d'une certaine façon *indexicaux*. La spatialité implicite des objets y fonctionne comme fonctionnent les déictiques : elle doit être actualisée par la situation perceptive (qui fonctionne en quelque sorte comme un contexte pragmatique). On peut dire aussi *que l'espace modalise la vérité des jugements perceptifs*. Dans un jugement d'attribution de qualité de type "S est p" on ne dit pas

---

[10] Par exemple un écran d'ordinateur fonctionne de cette façon là. A chaque pixel ($w \in W$) est associé de 1 à 3 octets codant des niveaux de gris ou de couleurs (fibre G).

[11] Husserl a profondément étudié ces questions, en particulier dans sa troisième *Recherche Logique* où il développe une eidétique des relations de fondation. Dans Petitot [1993], [1994a] nous avons montré comment l'approche géométrique permet de correctement schématiser sa description phénoménologique pure.

[12] Thom [1988], p. 248.

[13] Thom [1988], pp. 158 sq et 205 sq.

[14] Cf. Mulligan [1992].

que S est un symbole de variable référant à un individu possédant la propriété p. On dit que S réfère à un individu d'extension W et que W est "rempli" par la qualité p.[15] Les conditions de vérité du jugement présupposent donc que S réfère à une section $g(W)$ de la fibration associée à la qualité p. Mais l'extension W demeurant implicite dans la syntaxe de l'énoncé et n'intervenant qu'au niveau de sa sémantique, on peut dire qu'elle fonctionne de façon indexicale.

IV. LA PERTINENCE DES CONCEPTS DE FAISCEAU ET DE TOPOS

Notre problème est maintenant de formaliser la remarquable analyse husserlienne-thomienne des liens entre le schème morphologique $<S, p>$ (intuition remplissante) et le jugement "S est p" (intention de signification), et, donc, de faire droit à la priorité du formatage morphologique (présentationnel) sur le formatage propositionnel (représentationnel) pour pouvoir ensuite comprendre la conversion — en quelque sorte la "montée sémantique" — faisant passer d'un formatage à l'autre.

L'idée est alors d'utiliser certains résultats fondamentaux concernant les liens entre géométrie et logique qui ont été découverts dans le cadre de la théorie des catégories (au sens mathématique du terme) et, plus précisément, dans celui de la dite *théorie des topoï*. Très intuitivement, les idées de bases sont les suivantes.[16]

- (i) Les remplissements possibles de domaines spatiaux W d'un espace ambiant M par des qualités sensibles — et donc les sections s qui les schématisent — reposent sur une dialectique *du local et du global* (possibilité de restreindre un recouvrement à un sous-domaine, possibilité de recoller des recouvrements compatibles, etc.) qui est caractéristique de ce que l'on appelle la structure de *faisceau* sur un espace de base M.
- (ii) Les opérations formelles *catégoriques* que l'on peut faire sur des *faisceaux* — qui sont des objets *géométriques* — sont *exactement parallèles* aux opérations *syntaxiques* que l'on peut faire sur des *symboles* — qui sont des objets *logiques* (c'est cela la grande découverte : elle est due à William Lawvere à la fin des années 60). On dit que la catégorie des faisceaux sur un espace de base M possède la structure de *topos*.
- (iii) On peut donc associer à la catégorie des faisceaux sur M *un langage formel* (ce que l'on appelle sa "logique interne"). Dans ce langage logique une variable x va être interprétée *syntaxiquement* par un faisceau X (par exemple le faisceau des sections d'une fibration $\pi : M\times G \rightarrow M$) qui représente *son type logique*. Mais, *sémantiquement*, x sera interprétée comme une *section* particulière de X définie sur un domaine particulier W de M.[17] Cette sémantique très particulière s'appelle la sémantique de Kripke-Joyal des topoï. Autrement dit, le formalisme "toposique" permet de typifier logiquement les symboles qui réfèrent à des remplissements de domaines spatiaux par des qualités. C'est exactement le genre de formalisme dont on a besoin pour formaliser la description eidétique de *Erfahrung und Urteil*.

Il s'agit donc de reprendre l'analyse logique des propositions (et donc les bases mêmes de la sémantique) à partir de ce primat du perceptif. Notons bien qu'il s'agit de relier au moyen

---

[15] Les deux formulations ne sont équivalentes que si l'on admet la thèse que la localisation spatiale est le principe d'individuation de base (ce qu'exprime la thèse transcendantale de l'espace comme intuition pure). Or cette thèse est précisement rejetée par la plupart des philosophes logicistes (qui sont plus leibniziens que kantiens et adoptent une conception sémantique de l'individuation).

[16] Pour une introduction à la théorie des topoï, cf. Asperti-Longo [1991] et MacLane-Moerdijk [1992].

[17] Techniquement, il faut tenir compte du fait que, traditionnellement, les sections de faisceaux sont définies sur des *ouverts* de l'espace topologique de base. Mais on peut généraliser cette situation traditionnelle (cf. § VI).

d'une logique géométrique une typification logico-catégorielle et un schématisme morphologique, c'est-à-dire deux dimensions de *l'idéalité noématique*. Cela n'a rien à voir avec la question des liens entre logique et psychologie. Comme le formalisme logique, le schématisme morphologique est une structure idéale se réalisant dans des actes et des processus mentaux. Simplement, son idéalité est "esthétique" (au sens de l'Esthétique transcendantale kantienne) et non pas symbolique.

V. FAISCEAUX, TOPOÏ ET LOGIQUE

5.1. Remarques préliminaires

- 1. La théorie des topoï a été inventée et développée par Alexandre Grothendieck et son école dans les années 60 pour résoudre des problèmes très sophistiqués de géométrie algébrique (construction de théories cohomologiques généralisées). Il peut donc paraître étrange de la détourner pour des problèmes cognitifs non mathématiques et qui plus est apparemment élémentaires. Mais en fait si ces problèmes sont traités de façon authentiquement neuro-cognitive ils ne sont plus du tout triviaux et doivent être modélisés avec des outils convenables.
- 2. La théorie des catégories est certainement la meilleure ontologie formelle dont nous disposions actuellement et il est donc naturel de s'y placer.
- 3. Certains spécialistes de la théorie des topoï ont déjà appliqué ces outils à la clarification de certains problèmes sémantiques fondamentaux. Par exemple Gonzalo Reyes (qui a travaillé, avec Eduardo Dubuc, Anders Koch, Ieke Moerdijk et Marta Bunge sur les applications de la théorie des topoï à la *Géométrie différentielle synthétique*) a récemment utilisé ces techniques pour formaliser la théorie kripkéenne des noms propres comme désignateurs rigides.
- 4. En général, la théorie des topoï est utilisée en logique formelle et en informatique théorique comme un outil pour le λ-calcul typé (cf. par exemple les travaux de John Mitchell, Philip Scott, Giuseppe Longo, etc.). Comme nous allons le voir, quand des variables sont typées par des objets d'un topos, les propriétés catégoriques du topos conduisent à une logique interne (en général intuitionniste) qui est un λ-calcul typé. Dans la mesure où la correspondance de Curry-Howard montre que les formules peuvent être traitées comme des types, les preuves comme des λ-termes et la réduction d'une preuve par élimination des coupures à la réduction d'un λ-terme à sa forme normale, la théorie des topoï est devenue un outil fondamental pour comprendre la sémantique des langages formels, et en particulier des langages de programmation.[18] Dans ces applications logiques l'origine (la "généalogie") géométrique des concepts de faisceau et de topos est occultée. Ici, nous utilisons au contraire cette origine géométrique pour clarifier la montée cognitive du morphologique perceptif vers le propositionnel prédicatif.

5.2. Le concept de faisceau

Pour le concept de faisceau, le concept topologique primitif n'est plus celui de point mais celui *d'ouvert* (ce que Peter Johnstone appelle la "pointless topology").[19]

---

[18] Pour les liens entre λ-calcul et linguistique formelle, cf. le bel ouvrage de référence Desclés [1990]. Pour certains usages cognitifs de la théorie des topoï, cf. De Glas [1997].

[19] Dans les sections techniques qui suivent nous traiterons les extensions d'objets comme des ouverts car les concepts géométriques qui nous intéressent ont été définis et étudiés à partir de ce concept primitif. Mais une

De façon abstraite, une fibration sur un espace de base M est caractérisée par l'ensemble de ses sections $\Gamma(U)$ sur les ouverts $U \subset M$. C'est un dispositif produisant des sections. Si $s \in \Gamma(U)$ est une section sur U et si $V \subset U$, on peut naturellement considérer la *restriction* $s|_V$ de s à V. Cette restriction est une application $\Gamma(U) \rightarrow \Gamma(V)$. Il est évident que si $V=U$ alors $s|_V=s$ et que si $W \subset V \subset U$ et $s \in \Gamma(U)$ alors $(s|_V)|_W = s|_W$ (transitivité de la restriction). On obtient ainsi un *foncteur contravariant* $\Gamma : \mathcal{O}^*(M) \rightarrow \mathbf{Ens}$ de la catégorie $\mathcal{O}(M)$ des ouverts de M dans la catégorie **Ens** des ensembles (les objets de $\mathcal{O}(M)$ sont les ouverts de M, et ses morphismes sont les inclusions d'ouverts).

Réciproquement, soit Γ un tel foncteur — ce que l'on appelle un *préfaisceau* sur M. Pour avoir une chance d'être le foncteur des sections d'une fibration, il est clair que Γ doit satisfaire les deux propriétés caractéristiques suivantes.

- (F_1) Deux sections localement égales sont globalement égales. Si $\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ est un recouvrement ouvert de la base M et si $s, s' \in \Gamma(M)$ sont deux sections globales, alors si $s|_{U_i} = s'|_{U_i}$ $\forall i \in I$ on a l'égalité $s=s'$.
- (F_2) Une famille de sections s_i définies sur un recouvrement ouvert $\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ d'un ouvert U et compatibles sur les intersections $U_i \cap U_j$ peut être recollée en une section globale s sur U. Autrement dit si $s_i \in \Gamma(U_i)$ est une famille sur $\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ et si les s_i sont compatibles, i.e. si $s_i|_{U_i \cap U_j} = s_j|_{U_i \cap U_j}$ quand $U_i \cap U_j \neq \varnothing$, alors $\exists s \in \Gamma(M)$ telle que $s|_{U_i} = s_i$ $\forall i \in I$.

Il est remarquable que (F_1) et (F_2) puissent être exprimées de façon purement catégorique. Cela montre en effet que certains des caractères les plus "synthétiques a priori" de l'espace comme intuition pure peuvent être décrits dans le cadre de l'ontologie formelle qu'est la théorie des catégories. Par exemple (F_2) dit que la flèche

$$e : s \rightarrow \{s|_{U_i}\}_{i \in I}$$

est l'*equalizer*

$$\Gamma(U) \xrightarrow{e} \prod_i \Gamma(U_i) \underset{q}{\overset{p}{\rightrightarrows}} \prod_{i,j} \Gamma(U_i \cap U_j)$$

des deux projections p, q correspondant aux inclusions $U_i \cap U_j \subset U_i$ et $U_i \cap U_j \subset U_j$.

Prises comme axiomes pour des préfaisceaux, les propriétés (F_1) et (F_2) définissent une structure plus générale que celle de fibration, nommément celle de *faisceau*. On peut d'ailleurs montrer que si les axiomes (F_1) et (F_2) sont satisfaits alors on peut *représenter* le foncteur section Γ par une structure fibrée généralisée $\pi : E \rightarrow M$ (appelée un espace "étalé") de telle façon que $\Gamma(U)$ devienne l'ensemble des sections de π sur U. Mais π n'est plus nécessairement localement triviale comme doit l'être par définition une fibration. La fibre E_x de E en x est la limite inductive :

$$E_x = \lim_{V \subset U \in \mathcal{U}_x} \{(\Gamma(U), \Gamma(V \subset U)\}$$

---

telle hypothèse n'est pas réaliste puisque la plupart des objets étant délimités par des bords leur extension est fermée. Nous reviendrons en conclusion sur ce point.

(où $\mathcal{U}_x$ est le filtre des voisinages ouverts de x). E_x est l'ensemble des *germes* s_x des sections en x. E est la somme des E_x. Si $s \in \Gamma(U)$, elle peut être interprétée comme l'application $x \in U \rightarrow s_x \in E_x$. La topologie de E est alors définie comme la plus fine rendant toutes ces sections continues.

Il faut se convaincre que le concept de faisceau n'est pas seulement technique *et formalise des propriétés d'essence fondamentales — eidétiques, "synthétiques a priori" — de l'intuition pure spatiale*. Il est *a priori* adapté à toutes les situations où

- (i) le formatage spatial se ramène essentiellement à un passage de domaines locaux à des domaines globaux par *recollement*, et
- (ii) les entités considérées proviennent d'opérations de *remplissement* (filling-in, *Erfüllung*) de tels domaines spatiaux.

C'est le cas dans de très nombreux domaines de la géométrie et de la physique mathématique et c'est pourquoi ce concept y est devenu omniprésent. Par exemple, les champs fermioniques de matière de la théorie quantique des champs sont des sections de fibrations ayant pour base l'espace-temps et dont les fibres expriment les nombres quantiques des particules associées (leurs degrés internes de liberté). Le groupe structural (i.e. le groupe de symétrie des fibres) exprime donc les symétries internes des particules. Quant aux champs bosoniques exprimant les interactions véhiculées par des particules virtuelles d'échange (bosons) ce sont des champs de jauge interprétés comme des connexions sur ces fibrés. Les particules véhiculant les interactions sont par conséquent les quanta des champs-connexions sur les fibrés de matière.[20]

Mais tel est aussi le cas de la perception. Le recollement y intervient de façon *constitutive*, et cela à un double niveau. D'abord parce que le champ visuel lui-même est constitué par le recollement des champs récepteurs des cellules ganglionnaires. Ensuite parce que l'espace global s'obtient par recollements de différents exemplaires du champ visuel contrôlés kinesthésiquement (par les mouvements des yeux, de la tête et du corps). Contrairement à ce qui se passe en géométrie différentielle classique, la notion de recollement n'est pas imposée ici par la nécessité de prendre en compte des fibrations non globalement triviales. Elle est imposée par le cablage de l'architecture (le hardware neuronal).

Quant au remplissement, il correspond dans les aires rétinotopiques du cortex visuel à des fibrations : le système s'obtient en "recollant" par des connexions latérales les "colonnes" qui, au-dessus de chaque position rétinienne codent la fibre appropriée (direction, couleur, texture, etc.).

5.3. Généralisations

Il existe de nombreuses généralisations de cette situation de base. La plus connue est celle des topologies de Grothendieck : les recouvrements ouverts y sont définis en termes de "cribles" et le concept de faisceau est généralisé en celui de "site".

Une autre généralisation est celle des "*frames*" et des "*locales*". Les "frames" sont des treillis possédant les propriétés des treillis d'ouverts $\mathcal{O}(X)$, autrement dit des treillis distributifs complets possédant des infs finis et des sups quelconques. Les "locales" sont les objets de la catégorie duale. Dans le cas des espaces topologiques la correspondance est donnée par

---

[20] Cf. Petitot [1992b], [1997].

$$f : X \to Y \text{ continue} \Rightarrow f^* : \mathcal{O}(Y) \to \mathcal{O}(X)$$

(où, si U est un ouvert de $Y, f^*(U)$ est l'ouvert de $X f^{-1}(U)$ qui en est l'image réciproque). Les points sont alors définis comme des morphismes $p : A \to 2 = \mathcal{O}(1)$ (dans le cas des espaces topologiques, si $A = \mathcal{O}(X)$ les points correspondent à des vrais points $p : 1 \to X$). Soit $Pt(A)$ l'ensemble des points de A. Une topologie est définie sur $Pt(A)$ par les sous-ensembles $\varphi(a) = \{p \in Pt(A) \mid p(a) = 1\}$. $\mathcal{O}(Pt(A))$ est la meilleure approximation de A par un "locale" "spatial".

5.4. Pertinence du concept de topos

Nous nous sommes restreint au cas le plus élémentaire, celui de relations de recouvrement de domaines spatiaux W par des qualités appartenant à un espace de qualités G. Nous avons vu que ces relations sont géométriquement décrites par des sections de fibrations appropriées.

Les faisceaux de sections prennent en charge l'aspect morphologique du schématisme thomien de la prédication. Quid de son aspect logique ? Nous avons vu que le problème est le suivant. Les jugements portant sur des situations de recouvrement d'un domaine W par des qualités appartenant à un genre G ne font pas intervenir dans leur forme *syntaxique* la localisation de ces qualités. Ils se situent au niveau de G et non pas au niveau de W. La localisation reste *implicite*, potentielle. Pour rendre compte de ce caractère potentiel, il faut donc considérer le faisceau des sections Γ des sections de la fibration $\pi : W \times G \to W$ *et le traiter en tant que tel comme une unité syntaxique*. Mais dans le même temps, pour qu'un tel jugement puisse être vrai ou faux il faut (CNS de Thom) qu'au niveau *de la sémantique* l'extension des objets considérés deviennent *explicite*, autrement dit, s'actualise.

La réponse naturelle à ces difficultés est de considérer les faisceaux comme des *types* de variables dont les référents sont des *sections* particulières. Or il se trouve que cela est rendu techniquement possible par un lien profond entre la théorie des faisceaux et la logique qui a été découvert par William Lawvere au début des années 70.

Très brièvement exposées les idées directrices sont les suivantes.[21] La catégorie $\mathfrak{F}$ des faisceaux sur un espace topologique M possède un certain nombre de propriétés catégoriques fondamentales qui lui confère la structure de *topos*. Or celle-ci *est précisément la structure catégorique permettant d'interpréter un langage des prédicats (apophantique formelle) dans une catégorie d'objets (ontologie formelle)*. Selon Lawvere, cela permet de considérer $\mathfrak{F}$ comme un univers du discours dont les objets *sont des entités variables dépendant d'une localisation spatiale U*. Cette dépendance spatiale

- (i) est constitutive des valeurs de vérité et possède donc une pertinence sémantique, mais
- (ii) elle n'est pas directement lisible dans la syntaxe (qui ne concerne que les faisceaux comme types logiques) et n'est donc pas syntaxiquement pertinente.

Or c'est exactement d'un tel formalisme dont nous avons besoin pour formaliser la façon "indexicale" et "pragmatique" dont opère l'extension spatiale dans les jugements perceptifs.

5.5. Eléments de théorie des topoï

Par définition, un topos $\mathfrak{F}$ est d'abord une catégorie cartésienne fermée : il possède des produits fibrés (des pull-backs), un objet terminal — classiquement noté 1 — et des *objets*

[21] Pour des précisions, cf. Mac Lane, Moerdijk [1992].

exponentiels B^A qui permettent *d'internaliser* les ensembles de morphismes $\mathrm{Hom}_{\mathfrak{F}}(A, B)$. Le faisceau B^A est défini de façon évidente en utilisant les restrictions $A|_U$ et $B|_U$ aux ouverts : $B^A(U) = \mathrm{Hom}_{\mathfrak{F}}(A|_U, B|_U)$. Il est appelé le "Hom interne" ou encore le faisceau des germes de morphismes de A vers B.

Il est trivial de vérifier que le foncteur $(\bullet)^A$ est adjoint à droite du foncteur $A\times(\bullet)$. Cela signifie que pour tout objet C de $\mathfrak{F}$ il existe un isomorphisme fonctoriel

$$\mathrm{Hom}_{\mathfrak{F}}(C, B^A) \cong \mathrm{Hom}_{\mathfrak{F}}(A\times C, B).$$

Par exemple, pour $C = 1$, on obtient $\mathrm{Hom}_{\mathrm{F}}(1, B^A) \cong \mathrm{Hom}_{\mathrm{F}}(A, B)$. Mais un morphisme $f : 1 \to B^A$ est comme un "élément" de B^A. En fait, si A est un faisceau, un morphisme $s : 1 \to A$ est une section globale de A, c'est-à-dire un élément $s \in A(M)$.

Si l'on considère $C = B^A$ et Id_{B^A}, l'adjonction à droite définit ce que l'on appelle une *co-unité* $\varepsilon : A\times B^A \to B$ telle que pour chaque $f : C \to B^A$ le morphisme associé $h : A\times C \to B$ soit donné par $h = \varepsilon\circ(1\times f)$. La co-unité généralise l'application *d'évaluation* $(x, f) \to f(x)$ de la théorie des ensembles.

La catégorie $\mathfrak{F}$ possède en outre un *classificateur de sous-objets,* c'est-à-dire un monomorphisme *True* : $1 \to \Omega$ tel que tout sous-objet S d'un objet A (i.e. tout monomorphisme $m : S \hookrightarrow A$) soit reconstructible par pull-back à partir d'une "fonction caractéristique" $\varphi_S : A \to \Omega$ de S.

$$\begin{array}{ccc} S & \to & 1 \\ \downarrow & & \downarrow \mathrm{True} \\ A & \underset{\varphi_S}{\to} & \Omega \end{array}$$

Ω est l'ensemble des "valeurs de vérité" du topos $\mathfrak{F}$. Ce classificateur "internalise" donc les sous-objets. Il en représente le foncteur.

A partir de ces constructions catégoriques, on peut définir d'autres constructions et donner un sens aux concepts "ensemblistes" d'élément, de propriété et de partie. Par exemple, un morphisme $\vartheta : A \to \Omega$ est un "prédicat" de A, c'est-à-dire une propriété de ses "éléments généralisés" $a : B \to A$. On a $\vartheta(a)$ ssi a "appartient" au sous-objet S de A défini par ϑ ($\varphi_S = \vartheta$), i.e. ssi $\varphi_S \circ a = True_B$ avec $True_B : B \to 1 \to \Omega$. De même, les parties de A (ses sous-objets) sont définies par $P(A) = \Omega^A$. Dans la catégorie des ensembles **Ens**, $\Omega = \{0,1\}$ correspond aux valeurs de vérité booléennes. Il en va tout autrement ici. Le faisceau Ω est défini par $\Omega(U) := \{V \subset U\}$ et *True* : $1 \to \Omega$ par $True(U) : 1 \to U \in \Omega(U)$, i.e. par l'élément *maximal* de $\Omega(U)$. Cela signifie que :

- (i) la vérité devient *spatialement localisée*,
- (ii) "être vrai sur U" signifie "être vrai partout sur U".

$\Omega(U)$ n'est pas une algèbre de Boole (car le complémentaire d'un ouvert n'est pas un ouvert mais un fermé). C'est une algèbre de Heyting. Ω est donc un faisceau d'algèbres de Heyting.

5.6. Topoï et logique

Le point fondamental est que l'on peut canoniquement associer à un topos $\mathfrak{F}$ une *logique interne,* c'est-à-dire :

- (i) un *langage formel* $L_{\mathfrak{F}}$ appelé son langage de Mitchell-Bénabou,
- (ii) une *sémantique* de type forcing appelée sa sémantique de Kripke-Joyal.

Comme nous l'avons vu, l'idée directrice est qu'un faisceau $X \in \mathfrak{F}$ peut être interprété comme un *type* pour des variables x qui seront interprétées comme des *sections* de X, $s \in X(U)$. On obtient donc *à la fois une typification et une localisation spatiale* des variables. Cela permet de relier la géométrie des sections à une logique du jugement. La syntaxe des jugements porte sur les types et la sémantique sur la localisation. La sémantique concerne donc (dans le cas qui nous occupe ici) les conditions de vérité associées aux phénomènes de recouvrement de domaines spatiaux par des qualités. Ce qui est précisément ce dont nous avions besoin pour formaliser la description husserlienne.

5.6.1. Syntaxe

De façon générale, la structure de topos d'une catégorie $\mathfrak{F}$ permet de construire récursivement les termes σ de $L_{\mathfrak{F}}$ comme des *morphismes* entre faisceaux. Si σ est de type X et est construit à partir de variables y, z de types respectifs Y et Z, il sera interprété par un morphisme $\sigma : Y \times Z \to X$ qui exprime sa structure. Le fait décisif est que la structure de topos est précisément celle qui permet de définir toutes les structures logiques nécessaires en prenant Ω comme type pour *les formules*. On définit ainsi par exemple les termes (σ, τ) (paire ordonnée), $\sigma = \tau$ (égalité), $f \circ \sigma$ (termes composés), $\phi(\sigma)$ (termes fonctionnels), $\sigma \in \tau$ (appartenance), $\lambda x \sigma$ (λ-termes), ainsi que les quantificateurs. Ces derniers sont les adjoints à droite et à gauche des morphismes "image inverse" $P(f) : P(Y) \to P(X)$ (où $P(X) = \Omega^X$ est le faisceau des "parties" de X) canoniquement associés aux morphismes $f : X \to Y$.

Donnons quelques exemples.

- (i) Soient $\sigma : U \to X$, $\tau : V \to X$ deux termes de même type X. Ils permettent de définir le terme $\sigma = \tau$ de type Ω interprété par :

$$(\sigma = \tau) \ : \ W = U \times V \to X \times X \xrightarrow{\delta_X} \Omega$$

où δ_X est la fonction caractéristique du sous-objet diagonal $\Delta : X \to X \times X$.

- (ii) Des termes $\sigma : U \to X$ et $\tau : V \to \Omega^X$ définissent de même un terme $\sigma \in \tau$ de type Ω interprété par (e est le morphisme d'évaluation) :

$$\sigma \in \tau : \ W = V \times U \to X \times \Omega^X \xrightarrow{e} \Omega \, .$$

- (iii) Une variable x de type X et un terme $\sigma : X \times U \to Z$ de type Z et de source $X \times U$ fournissent un λ-terme de type Z^X interprété par $\lambda x \sigma : U \to Z^X$.

5.6.2. Sémantique

Quant à la sémantique de Kripke-Joyal, c'est une sémantique de type *forcing*. Elle repose sur des règles du type $U \Vdash \varphi(s)$ où U est un ouvert de M, x une variable de type X, s une section de $X(U)$ et $\varphi(x)$ une formule. Les règles sémantiques naturelles pour les connecteurs logiques, l'implication, la négation et la quantification montrent que la logique interne d'un topos est en général de nature *intuitionniste*. Elles sont données par :

- (i) $U \Vdash \varphi(s) \wedge \psi(s)$ ssi $U \Vdash \varphi(s)$ et $U \Vdash \psi(s)$.
- (ii) $U \Vdash \varphi(s) \vee \psi(s)$ ssi il existe un recouvrement ouvert $\mathscr{U} = (U_i)_{i\in I}$ de U tel que pour tout i, $U_i \Vdash \varphi(s|_{U_i})$ ou $U_i \Vdash \psi(s|_{U_i})$. Cette règle pour la disjonction est intuitionniste. On voit bien quelle est sa nature kripkéenne.
- (iii) $U \Vdash \varphi(s) \Rightarrow \psi(s)$ ssi, pour tout $V \subseteq U$, $V \Vdash \varphi(s|_V)$ implique $V \Vdash \psi(s|_V)$.
- (iv) $U \Vdash \neg\varphi(s)$ ssi il n'existe pas de $V \subseteq U$, $V \neq \varnothing$ tel que $V \Vdash \varphi(s|_V)$ (la négation est intuitionniste car Ω est une algèbre de Heyting et non pas une algèbre de Boole).
- (v) $U \Vdash \exists y\ \varphi(s,y)$ (y étant de type Y) ssi il existe un recouvrement ouvert $\mathscr{U} = (U_i)_{i\in I}$ de U et des sections $\beta_i \in Y(U_i)$ tels que pour tout $i \in I$ on ait $U_i \Vdash \varphi(s|_{U_i}, \beta_i)$.
- (vi) $U \Vdash \forall y\ \varphi(s, y)$ ssi pour tout $V \subseteq U$ et $\beta \in Y(V)$ on a $V \Vdash \varphi(s|_V, \beta)$.

Les subtilités de cette forme de sémantique résultent du problème suivant. Dans un topos, on peut interpréter des expressions de type ensembliste comme :

$$\left\{ (x_i)_{i\in I} \in \prod_{i\in I} F_i \mid \varphi(x_i) \right\}$$

définies par $(a_i) \in \{(x_i) \mid \varphi(x_i)\}(U)$ ssi $U \Vdash \varphi(a_i)$. Mais on doit s'assurer que de telles expressions définissent des sous-faisceaux. Pour cela, il faut "faisceautiser" les sous-foncteurs intervenant dans les constructions.

VI. STRUCTURE DES JUGEMENTS PERCEPTIFS

Revenons à notre problème des liens entre la présentation perceptive $<S, p>$ et la représentation prédicative "S est p". Soit M l'espace et C la fibration (triviale) de base M et de fibre l'espace G des couleurs. Le genre qualitatif G est catégorisé en espèces $C_1, C_2, \ldots, C_n$. Soit $\mathfrak{C}$ le faisceau des sections de C. Aux différentes catégories (au sens banal, non mathématique) C_i, correspondent des sous-faisceaux $\mathfrak{C}_i$ de $\mathfrak{C}$.

Soit S un symbole dénotant un individu. Dans chaque monde possible $\mathfrak{M}$, S *sélectionne* son extension $W_S \in \mathscr{O}(M)$ et, pour tout genre pertinent de qualité G, une section $g_S \in \mathfrak{C}\ (W_S)$. Cela signifie que, relativement à G, S s'interprète comme un morphisme $g_S : W_S \rightarrow \mathfrak{C}$, c'est-à-dire *comme un point de $\mathfrak{C}$ à valeurs dans W_S*. Soit alors p la catégorie C_i considérée et $\mathfrak{p}$ le sous-faisceau de $\mathfrak{C}$ associé. On peut retraduire l'interprétation thomienne (ante-prédicative, pré-judicative) du jugement "S est p" en disant :

"S est p" est vrai ssi $g_S \in \mathfrak{p}(W_S)$.

Le sous-objet $\mathfrak{p}$ de $\mathfrak{C}$ correspond à un prédicat sur $\mathfrak{C}$, c'est-à-dire, d'après V.5., à un morphisme $\varphi_{\mathfrak{p}} : \mathfrak{C} \rightarrow \Omega$. $\varphi_{\mathfrak{p}}$ associe à toute section g de $\mathfrak{C}(U)$ l'ouvert maximal V de U sur lequel g est à valeurs dans p. On a alors :

"S est p" est vrai ssi $\varphi_{\mathfrak{p}}(g_S) = True$.

On retrouve ainsi l'interprétation ensembliste-prédicative (tarskienne) standard :

"S est p" est vrai ssi $p(S) = True$,

mais en ayant tenu compte de l'extension spatiale de l'entité S considérée.

VII. LE PROBLÈME DES BORDS D'OBJETS

Nous avons signalé plus haut la difficulté concernant le fait que l'extension des objets perçus est en général fermée dans la mesure où les objets sont limités par des bords. Qui plus est, on sait depuis Brentano que les bords ont un statut quelque peu paradoxal. Il y a plusieurs façons de prendre en compte cette difficulté. Nous en évoquerons deux pour conclure.

7.1. Les co-algèbres de Heyting

Une première idée, due à Lawvere, est d'utiliser des co-algèbres de Heyting. Dans une algèbre de Heyting d'ouverts, la négation $\neg U$ de U est l'intérieur de son fermé complémentaire, c'est-à-dire le plus grand ouvert V tel que $U \cap V = \varnothing$. Dualement, dans une co-algèbre de Heyting de fermés, la négation $\neg F$ de F est la fermeture de son ouvert complémentaire, c'est-à-dire le plus petit fermé H tel que $F \cup H = 1$. On a évidemment $\neg(F \cap H) = \neg F \cup \neg H$, mais seulement $\neg(F \cup H) \subseteq \neg F \cap \neg G$.

On définit alors le bord ∂F de F comme l'intersection $\partial F = F \cap \neg F$. ∂F est donc défini en termes de contradiction logique.

L'opérateur bord satisfait la règle de Leibniz :

$$\partial(F \cap H) = (\partial F \cap H) \cup (F \cap \partial H).$$

Les bords B sont caractérisés par $\partial B = B$ c'est-à-dire par $\neg B = 1$ ou $\neg\neg B = 0$. De façon générale, la double négation $\neg\neg F \subset F$ (la fermeture de son intérieur) est le noyau régulier (le "regular core") de F. On a bien sûr $F = (\neg\neg F) \cup \partial F$.[22]

7.2. Les fibrations stratifiées

Une autre façon d'introduire les bords dans le formalisme toposique est, de façon très générale, de tenir compte du fait que les remplissements intuitifs d'extensions par des qualités sont *segmentés par des discontinuités qualitatives* K.[23] Les sections de fibration g exprimant ces remplissements sont discontinues le long de K. Par ailleurs il est justifié de faire l'hypothèse que K est un ensemble fini de morceaux de courbes régulières C_i s'arrêtant en des points d'arrêt A_j et se connectant à travers des points multiples T_k (génériquement des points triples) comme des jonctions en T. En effet les meilleurs modèles de segmentation dont on dispose (en

[22] Pour les liens entre co-algèbres de Heyting et théorie des topoï, cf. De Glas [1997].

[23] La segmentation est un problème fondamental posé par Husserl à la suite de Stumpf (l'un des fondateurs de la Gestalttheorie). Il a connu ces dernières années un approfondissement considérable. Cf. Morel-Solimini [1995] et Petitot [1993], [1994b].

particulier le modèle variationnel dit de Mumford-Shah) semblent posséder cette propriété (la conjecture est presque démontrée).

Cela signifie que *K stratifie M*. Les strates de dimension 2 sont les composantes connexes du complémentaire de *K*. Elles sont ouvertes. Ce sont les régions homogènes de remplissement qualitatif. Les strates de dimension 1 sont les morceaux de courbes C_i et les strates de dimension 0 les points singuliers isolés A_j et T_k .

On peut alors reprendre le formalisme faisceautique du recollement de sections locales mais

- (i) en considérant des ouverts stratifiés (U, K_U) et en imposant des règles de compatibilité dimensionnelle pour le recollement des strates, et
- (ii) en permettant aux sections d'être discontinues le long des strates singulières de K_U.

Qui plus est, pour que le formalisme proposé soit plausible, il faudrait également étendre les formulations "faisceautiques" et "toposiques" aux cas où les fibres des fibrations considérées sont *catégorisées*. La catégorisation pose elle aussi un problème fondamental pour lequel il existe des modèles morphodynamiques.[24]

CONCLUSION

Nous pensons que l'approche proposée ici constitue le formalisme de complexité minimale permettant, et uniquement dans le cas des propositions les plus triviales, de faire explicitement le lien entre perception et prédication. Ces développements formels prouvent qu'il est possible d'articuler le schématisme morphologique sur une sémantique formelle. Dans une telle approche, il apparaît que l'espace fonctionne bien comme une modalité dans la mesure où la sémantique des situations où les variables sont à la fois typifiées et localisées est une sémantique modale à la Kripke. Cela permet de réinterpréter le caractère "synthétique a priori" de l'espace.

On voit à quel point les approches cognitives obligent à reproblématiser ce qui avait été trivialisé par l'analytique logique classique. Si on ajoute à cela les problèmes d'implémentation neuronale, on voit que les conditions de vérité du plus simple des jugements perceptifs se situe à un niveau de profondeur sans aucune mesure avec la tautologie tarskienne.

BIBLIOGRAPHIE

ASPERTI, A., LONGO, G., (1991), *Categories, Types, and Stuctures*, Cambridge, MIT Press.

BARTHÉLÉMY, J.-P., DE GLAS, M., DESCLÉS, J.-P., PETITOT, J., (1997), "Logique et Dynamique de la Cognition", *Intellectica*, 23, 219-301.

DE GLAS, M., (1997), "Pseudoconsistent Logic", *Studia Logica*, (à paraître).

DESCLÉS, J.-P., (1990), *Langages applicatifs, Langues naturelles et Cognition*, Paris, Hermès.

HUSSERL, E., (1954), *Erfahrung und Urteil , Untersuchungen zur Genealogie der Logik.*, Hamburg, Claassen&Goverts.

GIL, F., 1993. *Traité de l'évidence*, Grenoble, Millon.

---

[24] Cf. Petitot [1992a].

MAC LANE, S., MOERDIJK, I., (1992), *Sheaves in Geometry and Logic*, New York, Springer.

MOERDIJK, I., REYES, G., (1991), *Models for Smooth Infinitesimal Analysis*, Berlin, Springer.

MOREL, J.-M., SOLIMINI, S., (1995), *Variational Methods in Image Segmentation*, Boston, Birkhäuser.

MULLIGAN, K., (1992), "Internal Relations", *Australian National University Metaphysics Conference*.

PETITOT, J., (1990), "Le Physique, le Morphologique, le Symbolique. Remarques sur la Vision", *Revue de Synthèse*, 1-2, 139-183.

PETITOT, J., (1992a), *Physique du Sens*, Paris, Editions du CNRS.

PETITOT, J., (1992b), "Actuality of Transcendental Aesthetics for Modern Physics", *1830-1930 : A Century of Geometry*, (L. Boi, D. Flament, J.-M. Salanskis eds), Lecture Notes in Physics, 402, 273-304, Berlin, New-York, Springer.

PETITOT, J., (1993), "Phénoménologie naturalisée et Morphodynamique", *Intellectica,* Paris.

PETITOT, J., (1994a), "Phenomenology of Perception, Qualitative Physics and Sheaf Mereology", *Philosophy and the Cognitive Sciences*, Proceedings of the 16th International Wittgenstein Symposium (R. Casati, B. Smith, G. White eds), Vienna, Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, 387-408.

PETITOT, J., (1994b), "La sémiophysique : de la physique qualitative aux sciences cognitives", *Passion des Formes*, à René Thom (M. Porte éd.), 499-545, E.N.S. Editions Fontenay-Saint Cloud.

PETITOT, J., (1994c), "Sheaf Mereology and Space Cognition", *Topological Foundations of Cognitive Science* (C. Eschenbach, C. Habel, B. Smith eds), Kognitionswissenschaft, Report 37, Hamburg, 41-62.

PETITOT, J., (1995a), "Morphodynamics and Attractor Syntax. Dynamical and morphological models for constituency in visual perception and cognitive grammar", *Mind as Motion*, (T. van Gelder, R. Port eds.), 227-281, Cambridge, MIT Press.

PETITOT, J., (1995b), "Sheaf Mereology and Husserl's Morphological Ontology", *International Journal of Human-Computer Studies*, 43, 741-763, Academic Press.

PETITOT, J., (1997), "Objectivité faible et Philosophie transcendantale", *Physique et Réalité, débat avec B. d'Espagnat*, (M. Bitbol, S. Laugier éds.), Paris, Diderot Editeur, 201-236.

THOM, R., (1988), *Esquisse d'une Sémiophysique*, Paris, Inter Editions.