

AILIN RU

**Tisser le chaos**

*Mathématiques et sciences humaines*, tome 124 (1993), p. 39-56

[http://www.numdam.org/item?id=MSH\\_1993\\_\\_124\\_\\_39\\_0](http://www.numdam.org/item?id=MSH_1993__124__39_0)

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1993, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## TISSER LE CHAOS

Ailin RU<sup>1</sup>

**RÉSUMÉ** — *Cette étude est une contribution aux nouveaux logiciels de C.A.O. textile. Le crêpe-mousse est une technique de tissage chaîne et trame qui permet de construire un quadrillage à deux couleurs avec peu de lignes et peu de colonnes distinctes, et pourtant sans qu'il apparaisse à l'œil de périodicité.*

*Plutôt que des tirages au sort on propose une méthode combinatoire déterministe revenant à la construction d'un circuit hamiltonien dans un graphe de transition.*

**SUMMARY** — Weaving chaos.

*The present paper relates a contribution to the new Computer Aided Design systems for the textile industry. The moss-crepe is a weaving technique which generates bicolor grids using a restricted number of line and column types, and where the periodicity cannot be detected at first look.*

*Instead of choosing random samples we prefer here to develop a combinatorial approach which simulates chaos, relying on a hamiltonian circuit algorithm applied to a state transition graph.*

### 1. INTRODUCTION

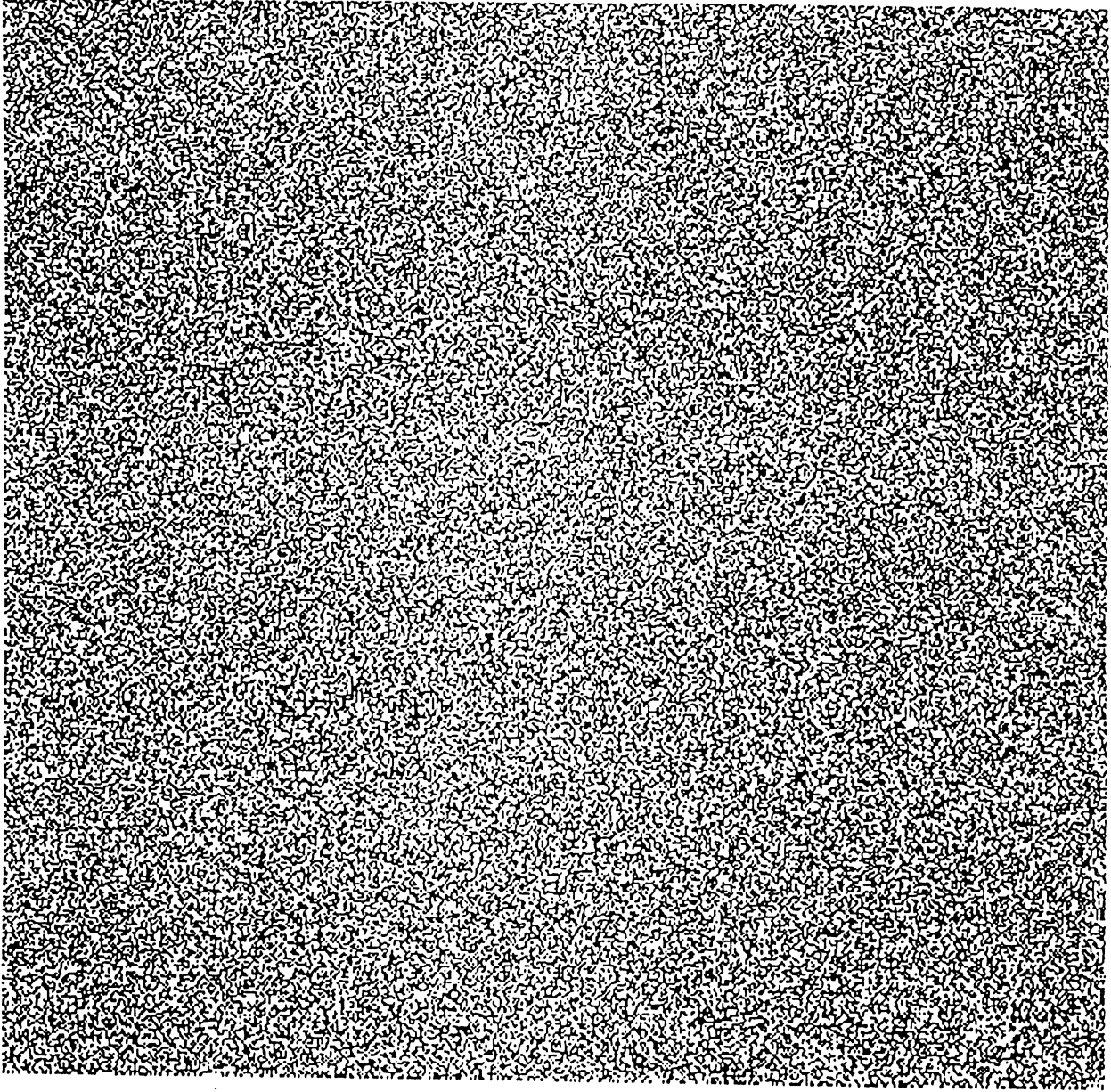
Notre sujet est la conception assistée par ordinateur d'un certain type de tissu appelé crêpe-mousse, ne reproduisant aucun motif, mais produisant au contraire un effet de chaos équilibré. On ne considère ici d'un tissu que l'aspect géométrique : on ne s'intéresse qu'à l'armure du tissu, c'est-à-dire à la façon dont les fils sont entrelacés, indépendamment de leur taille, leur matière et leur couleur. Ainsi pour nous, une armure peut être décrite par une grille bicolore.

Définir une armure de crêpe-mousse revient à la fabrication d'une image bicolore sur une grille de mille par mille pixels (où le terme pixel désigne ici le carré élémentaire d'une grille), en évitant toute régularité apparente locale ou globale, tout accident repérable, et donnant en un mot un effet chaotique sur l'ensemble de l'image.

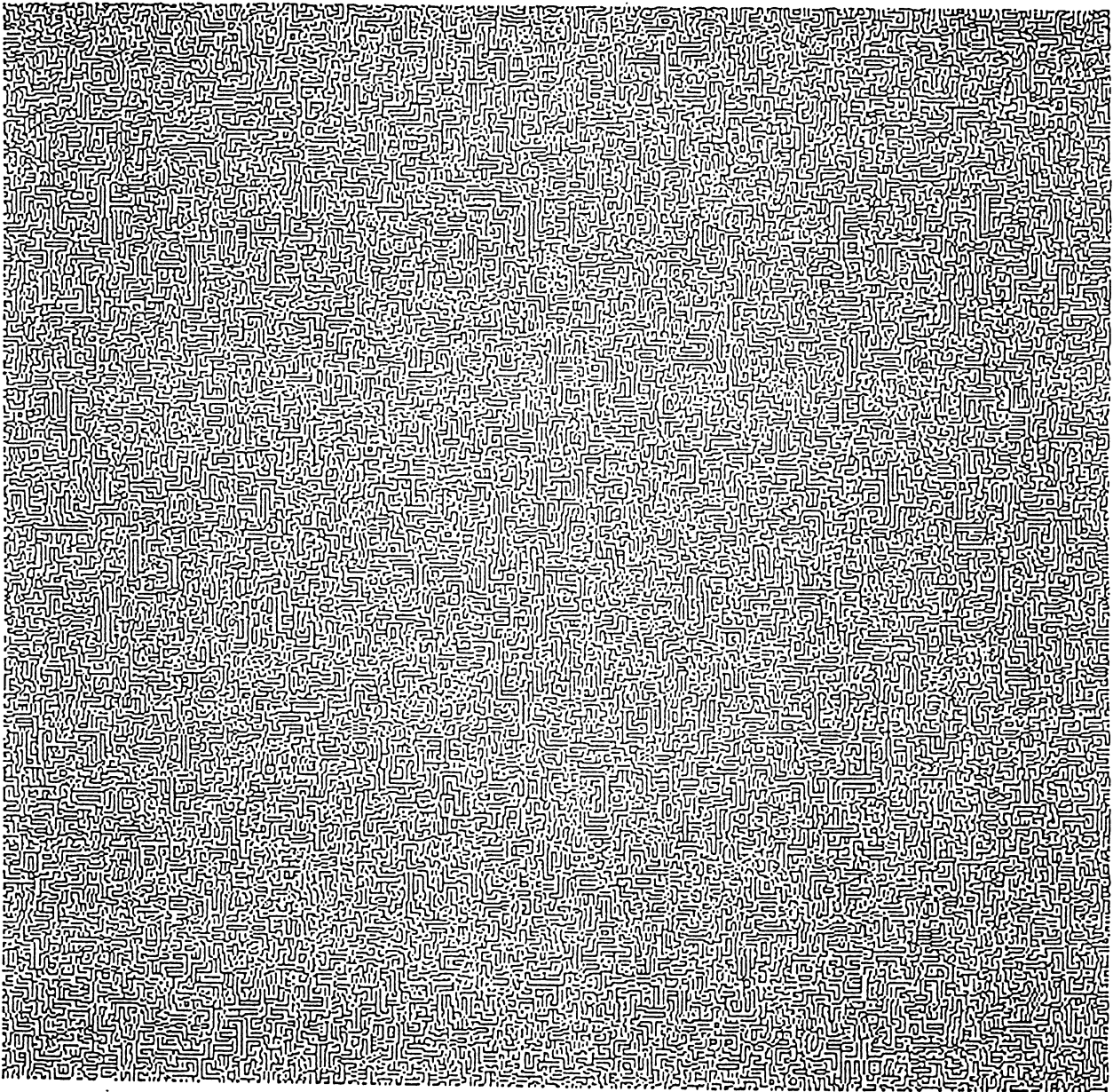
La première idée qui vient à l'esprit pour ce faire est de tirer à pile ou face la couleur de chaque pixel selon des chances égales. Nous observons un résultat de cette nature en Figure 1. L'effet chaotique est assez réussi, avec un bon équilibre du noir et du blanc. En revanche les accidents abondent. Il s'agit de taches noires ou blanches. Afin de faire la chasse aux accidents locaux, on déplace sur l'image un automate trois par trois qui, à

---

<sup>1</sup> Suzhou Institute of Silk Textile Technology. Suzhou Jiangsu Chine.



**Figure 1.**  
**Matrice de chaos équilibré dont chaque pixel**  
**a été tiré au sort à pile ou face**



**Figure 2**  
**Matrice de chaos équilibré.**  
**Des flottés parallèles complémentaires**  
**apparaissant avec une grande densité**

la reconnaissance d'un accident bien défini, le détruit. Après cette opération, l'équilibre du noir et du blanc est conservé, les taches noires ou blanches ont disparu. L'image est plus homogène. En revanche apparaissent des alignements notables verticaux ou horizontaux de pixels blancs ou de pixels noirs, ce qu'on appelle des flottés. Si l'on fait plusieurs fois la même opération, l'effet de flottés parallèles de couleurs complémentaires devient plus apparent encore (Figure 2). Pour supprimer les flottés, on définit un automate de lissage de flottés deux par trois. Cette opération produit une image équilibrée avec des flottés de trois à six pixels au plus éparpillés sur un fond toilé dira-t-on en technique de tissage (Figure 3). On peut imaginer un nouvel automate rééquilibrant qui détruit l'effet de fond toilé, mais gare à la réapparition des flottés, et peut être des taches !

Tout équilibrer en une fois semble difficile.

On abandonne alors les tentatives de tirage au sort, et l'on ramène la fabrication de l'image à des instructions simples sur la séquence des colonnes (en technique du tissage on parle du rentrage de la chaîne) et à des instructions simples sur la séquence des lignes (en technique du tissage on parle du carton de la trame). Procéder par lignes et par colonnes pour créer le désordre tout en maintenant certains équilibres est le propre de la logique de tissage du crêpe-mousse (caractérisé aussi par ses fils torsadés, mais ce n'est pas notre propos ici). Ces instructions ne seront pas un produit du hasard mais de la théorie des groupes finis. Un exemple de résultat est donné en Figure 4 : un crêpe-mousse à six lames, c'est-à-dire défini par une grille ayant au plus six types de colonnes différentes. L'équilibre des blancs et noirs est parfait, le désordre est calme, équilibré, les flottés sont limités à deux verticalement et trois horizontalement. L'œil n'a plus de repères : plus de taches, plus de longs flottés. Le rapport répété à l'infini constituerait en apparence un tissu non périodique, doté d'un désordre global uniforme. Et pourtant, il n'existe que six types de colonnes et vingt types de lignes.

Nous pouvons maintenant définir le crêpe-mousse quant à sa conception logique. Le crêpe-mousse à  $2k$  lames est un pavage de la grille avec un motif (appelé rapport) de dimension  $n_0$  par  $m_0$  dont les entrées prennent les valeurs 0 ou 1 en respectant les contraintes suivantes :

- (i) le nombre de "0" est (à peu près) égal au nombre de "1",
- (ii) le nombre de colonnes distinctes est égal à  $2k$ ,
- (iii) le nombre de lignes distinctes est égal au nombre de sous-ensembles de  $k$  lames,
- (iv) le flotté de colonne dans le pavage est de 2 au plus, le flotté de ligne de 3 au plus,
- (v) enfin aucun accident, aucune configuration remarquable n'apparaissent dans le rapport qui permettraient à l'œil de repérer le rapport dans le pavage.

Nous présentons ici comment réaliser le crêpe-mousse par la méthode déterministe dite Hamiltonienne [RU93].

## 2. LAMES, RENTRAGE ET CARTON

Une matrice binaire peut constituer une représentation schématique du tissage chaîne et trame. La ligne  $i$  est un fil de trame, la colonne  $j$  est un fil de chaîne. Les pixels d'une ligne qui sont noirs, correspondent à des colonnes  $j$  qui sont prises, c'est-à-dire à des fils de chaîne qui ont été levés - les autres restant baissés - lors du passage du fil de trame entre les uns et les autres. La Figure 5 montre l'exemple d'une matrice de crêpe-mousse [WAL66].

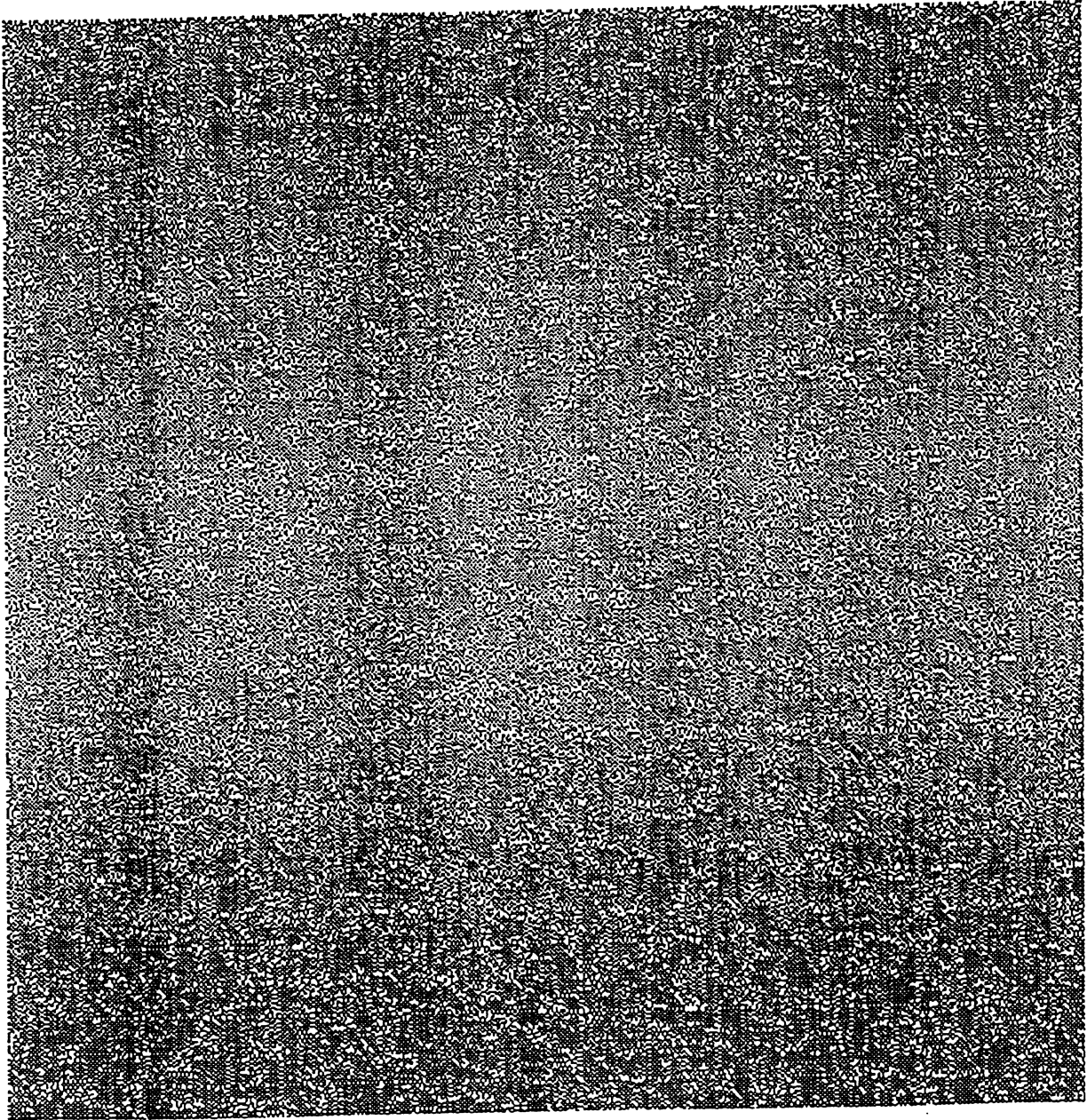


Figure 3  
A partir de la Figure 2 on a cassé  
les flottés complémentaires parallèles.  
Un fond toilé apparaît

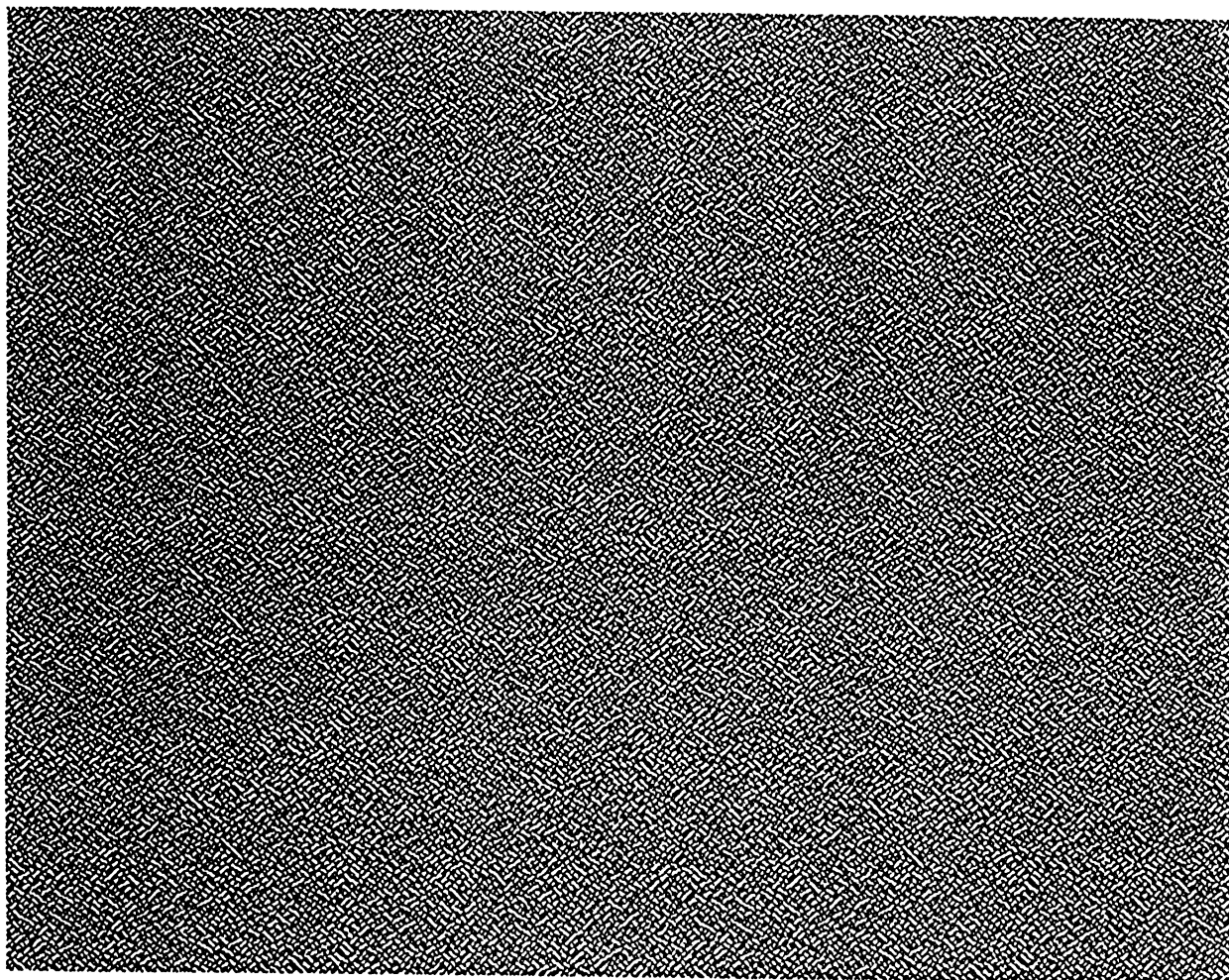


Figure 4.  
Matrice de chaos équilibré engendrée  
par calcul matriciel avec carton et rentrage,  
grâce aux méthodes hamiltoniennes

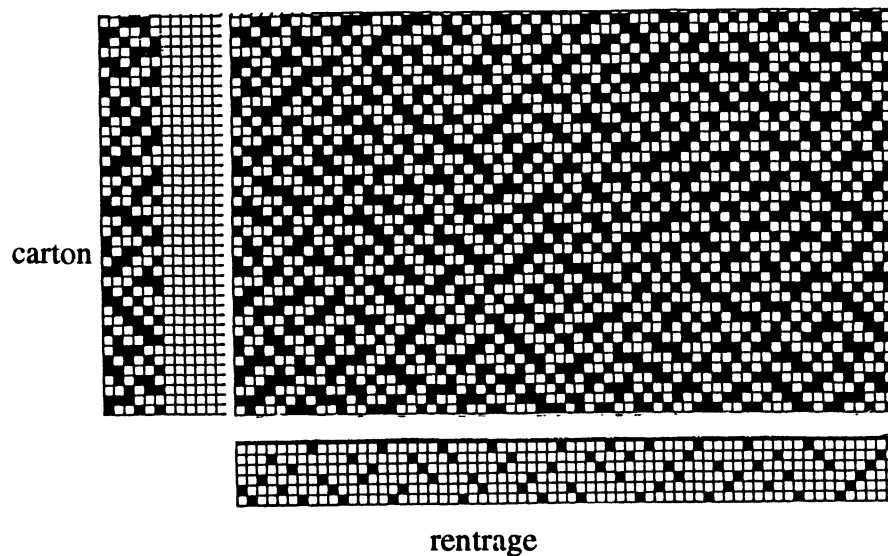


Figure 5.

Tissage du crêpe-mousse sur six lames.

Le rapport d'armure : 66 fils en chaîne, 40 duites en trame.

Les longueurs de flotté de chaîne n'excèdent pas 2 fils.

Les longueurs de flotté de trame n'excèdent pas 3 fils.

### 2.1. Le rentrage ou l'attachement des fils de chaîne aux lames

Les fils de chaîne sont attachés chacun à une lame. A chaque passage d'un fil de trame ou duite, certaines lames sont levées, les autres baissées. Tous les fils d'une même lame réalisent donc exactement le même dessin de colonne.

On devine pourquoi l'expérience a conduit à affecter le même nombre de fils à chaque lame, et à répartir les fils d'une même lame non pas à intervalles réguliers mais selon un certain désordre. Notre étude se propose de faire cette répartition d'une façon déterministe, c'est-à-dire de la produire par un algorithme [RU93].

Le rentrage est l'opération effective qui consiste à insérer les fils de chaîne dans les œillets des lisses elles-mêmes fixées dans l'une des lames (ou au corps du métier jacquard).

Pour un tissu crêpe-mousse à six lames on peut facilement éviter les flottés horizontaux, c'est-à-dire les flottés de trame, de quatre pixels ou plus, consécutifs et de même couleur. Sachant qu'à chaque passage d'un fil de trame on lèvera exactement trois lames, il suffit de prendre soin que quatre fils de chaîne consécutifs appartiennent bien à quatre lames distinctes.

La question que l'on se pose lorsque le fil  $j$  est attaché à la lame  $L(j)$  est de choisir convenablement les lames des fils suivants, c'est-à-dire  $L(j+1)$ ,  $L(j+2)$ ,  $L(j+3)$ , donc en définitive de surveiller l'attache de 4 fils consécutifs. L'affectation des fils successifs aux



lames selon un schéma régulièrement changeant et cyclique rappelle les procédures de la musique sérielle et plus particulièrement la tradition anglaise de la campanologie [JAU77]. Au 17<sup>ème</sup> siècle les sonneurs de cloches manipulaient empiriquement et de façon non triviale certains groupes de permutations. Dans la tradition du tissage du crêpe-mousse on constate également le talent des praticiens à utiliser depuis longtemps des groupes de permutations.

On aperçoit les difficultés combinatoires de la répartition des fils de chaînes entre les différentes lames. Nous proposons une solution pour cette répartition.

## 2.2. Le carton ou séquence de levées de lames

Rappelons que lors du passage d'une duite, certaines lames, constituant ce qu'on appelle une levée, sont levées alors que les autres sont baissées. Le carton est la séquence des levées. La levée au rang  $i$  étant notée  $E(i)$ .

Le rentrage et le carton définissent complètement l'information géométrique du tissu, ou structure d'entrelacement des fils, appelée aussi armure du tissu.

Pour réaliser un effet équilibré (la même apparence à l'endroit et à l'envers), chaque élément du carton est déterminé par la levée de la moitié des lames. Pour six lames on compte donc vingt façons de lever. Pour surveiller le flotté, on considère le carton aux rangs  $i, i+1, i+2$ , c'est-à-dire les trois levées de trois lames  $E(i), E(i+1), E(i+2)$ . Si une même lame appartient (ou n'appartient pas) à ces trois ensembles, cette lame reste levée (ou baissée) pour les trois passages consécutifs, et donc chacun de ses fils de chaîne réalise un flotté vertical de trois pixels noirs (ou blancs). Pour contrôler qu'un flotté vertical ne dépasse pas deux fils, il convient de surveiller le carton sur trois duites consécutives. D'où, également, des difficultés combinatoires pour affecter une levée à chaque duite. Là encore nous proposons une solution par un algorithme hamiltonien (cf. [Ru 93]).

## 3. LA MÉTHODE HAMILTONIENNE

On la présente dans le cas du rentrage du crêpe-mousse à six lames.

### 3.1. Tableau de triplets de décochements

Il est possible de représenter un rentrage par une séquence de décochements [REN87]. Dans le vocabulaire du tissage de certains textiles réguliers on dit qu'il y a un *décochement*  $k$  entre deux fils de chaîne  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  si le schéma de  $\mathbf{a}$ , translaté verticalement de  $k$  duites, se superpose au schéma du fil  $\mathbf{b}$ . On dit également qu'il y a un décochement  $k'$  entre deux duites  $\mathbf{a}'$  et  $\mathbf{b}'$  si le schéma de  $\mathbf{a}'$ , translaté horizontalement de  $k'$  fils, se superpose au schéma de la duite  $\mathbf{b}'$ .

Ici par extension, décochement est employé pour définir par différences les numéros de lames de fils successifs : on dit qu'il y a *décochement*  $d$  entre deux fils *successifs* si le numéro de la lame attachée au deuxième s'obtient par addition (modulo 6, avec utilisation du 6 à la place du 0) de  $d$  et du numéro de la lame à laquelle est attachée le premier. Ainsi un rentrage est entièrement défini par la donnée de la lame à laquelle on attache le premier fil et la série  $d_1, d_2, \dots, d_n, \dots$ , des décochements successifs. Les contraintes du rentrage définies en 2.1. (4 fils successifs doivent être attachés à quatre lames différentes) se traduit pour les décochements par la contrainte suivante : pour tout triplet  $(d_i, d_{i+1}, d_{i+2})$  de décochements consécutifs dans la série  $d_1, \dots, d_n, \dots$ , les trois termes  $d_i, d_{i+1}, d_{i+2}$  du triplet sont différents

de 0 modulo 6 ainsi que les sommes de deux ou trois termes consécutifs du triplet. Les 60 triplets de décochements obéissant à ces contraintes sont donnés dans le tableau ci-dessous (Figure 6). L'obtention d'une série de décochements s'effectue par une sélection progressive des triplets de décochements. A chaque étape, les deux premiers décochements du nouveau triplet doivent être égaux aux deux derniers décochements du triplet précédent.

La considération d'un nombre important de décochements amenant en général une plus grande variété, il est important de construire une série de décochements utilisant un grand nombre de triplets successifs figurant dans le tableau, pour obtenir un rentrage de grand rapport et ayant moins de répétitions de fils.

Les algorithmes hamiltoniens constituent une réponse à la recherche de la mise en œuvre automatique d'une utilisation systématique de tous les décochements dans un tableau.

**DÉFINITION.** *Un circuit hamiltonien d'un graphe est un cheminement cyclique d'un graphe traversant une fois exactement chaque sommet du graphe.*

1 1 1 1 1 2 1 1 3	1 2 1 1 2 2  1 2 5	1 3 1  1 3 4 1 3 5	1 4 3 1 4 4 1 4 5	
2 1 1 2 1 2 2 1 4	2 2 1 2 2 3 2 2 5	2 3 2 2 3 4 2 3 5		2 5 2 2 5 3 2 5 4
3 1 1 3 1 3 3 1 4	3 2 2 3 2 3 3 2 5		3 4 1 3 4 3 3 4 4	3 5 2 3 5 3 3 5 5
4 1 2 4 1 3 4 1 4		4 3 1 4 3 2 4 3 4	4 4 1 4 4 3 4 4 5	4 5 2 4 5 4 4 5 5
	5 2 1 5 2 2 5 2 3	5 3 1 5 3 2  5 3 5	5 4 1  5 4 4 5 4 5	5 5 3 5 5 4 5 5 5

Figure 6.  
Tableau des triplets de décochements autorisés

Nous allons définir des graphes de transition d'états et montrer que les circuits hamiltoniens de ces graphes répondent à notre problème. Restera le calcul de tels circuits qui comme on le sait demande dans l'état actuel des connaissances sur la complexité des algorithmes combinatoires, une durée de calcul qui est une fonction exponentielle du nombre de sommets. Ceci ne sera pas sans encombre pour les grands systèmes que nous envisageons.

### 3.2. Propriétés des circuits hamiltoniens de rentrage

Considérons d'abord à titre d'exemple le triplet de décochements (1 3 4) agissant sur la lame [1], c'est-à-dire considérons que le fil ( $i-1$ ) est attaché à la lame [1]. Pour les trois fils suivants,  $i$ ,  $i+1$ , et  $i+2$ , il en résulte le triplet de lames [2 5 3], puisque :

$1 + [1] = [2]$ ;  $1 + 3 + [1] = [5]$ ;  $1 + 3 + 4 + [1] = [3]$ . (Dans tout ce paragraphe les calculs sont faits modulo 6 en raison des six lames).

Ce qu'on écrit plus simplement :

$$(1\ 3\ 4) * [1] = [2\ 5\ 3].$$

Mais on a aussi

$$(2\ 3\ 4) * [6] = [2\ 5\ 3]$$

c'est-à-dire que le motif de trois fils successifs  $[2\ 5\ 3]$  peut être engendré par deux triplets différents agissant sur des lames différentes. Plus généralement, on peut poser l'équation

$$(d_1\ d_2\ d_3) * [L] = [2\ 5\ 3]$$

où il apparaît que seuls  $d_1$  et  $L$  sont des variables, car

$$d_2 = [5] - [2] = 3$$

$$d_3 = [3] - [5] = 4$$

D'où l'équation :

$$[d\ 3\ 4] * [L] = [2\ 5\ 3]$$

à laquelle nous trouvons six solutions telles que

$$d + [L] = 2$$

soit :

$$d = 1 \quad d = 2 \quad d = 3 \quad d = 4 \quad d = 5 \quad d = 6$$

$$L = 1 \quad L = 6 \quad L = 5 \quad L = 4 \quad L = 3 \quad L = 2$$

dont trois obéissent aux contraintes des triplets de décochements. En d'autres termes il n'est pas impossible qu'un cycle hamiltonien de soixante triplets dans le tableau de décochements réalise trois fois le même motif de trois fils consécutifs, comme par exemple ci-dessus le motif  $[2\ 5\ 3]$ .

Qu'en est-il d'un motif de quatre fils successifs ?

Il convient de considérer deux triplets de décochements successifs. Par exemple

$$(1\ 3\ 4) (3\ 4\ 1) * [1] = [2\ 5\ 3\ 4]$$

mais on a aussi

$$(2\ 3\ 4) (3\ 4\ 1) * [1] = [2\ 5\ 3\ 4]$$

Cette fois nous avons l'équation à deux inconnues

$$(d\ 3\ 4) (3\ 4\ 1) * [1] = [2\ 5\ 3\ 4]$$

car le deuxième triplet de décochements est imposé par le second membre connu. Si donc un triplet du graphe des transitions licites -en l'occurrence  $(3\ 4\ 1)$  - n'est visité qu'une fois, on n'obtiendra jamais deux motifs de quatre fils successifs  $[2\ 5\ 3\ 4]$ .

La preuve dans le cas général consiste à poser l'équation suivante

$$(d_1\ d_2\ d_3) (d_2\ d_3\ d_4) * [L] = [L_1\ L_2\ L_3\ L_4]$$

où l'on voit nécessairement que

$$d_2 + L_1 = L_2, \quad d_3 + L_2 = L_3, \quad d_4 + L_3 = L_4$$

et donc  $d_1$  et  $L$  sont les seules variables. Quelle que soit la solution (il peut y en avoir six au plus) le deuxième triplet de décochements reste fixe d'une solution à l'autre.

Nous aboutissons donc à la nécessité, pour éviter les répétitions de tels motifs, de la règle hamiltonienne qui utilise chaque triplet une fois exactement.

D'où le théorème.

**THÉORÈME :** *L'algorithme hamiltonien sur six lames n'engendre pas deux motifs identiques de quatre fils successifs.*

Dans le cas présent de soixante triplets de décochements et leur graphe de transitions licites, où tout sommet a trois arêtes entrantes et trois arêtes sortantes, il existe effectivement au moins un circuit hamiltonien, comme le prouve notre algorithme.

En fait, il est possible dans certains cas, de répéter plusieurs fois le même circuit 1-hamiltonien (i.e. un circuit hamiltonien auquel on a retiré un sommet) sans danger de reproduire deux motifs identiques de quatre fils consécutifs.

Appelons  $r$  le poids d'un circuit 1-hamiltonien  $H$ , calculé comme la somme totale de ses décochements. Si  $r \neq 0$ , nous avons :

$$(H) * [L] = [L + r]$$

c'est-à-dire que, dans une répétition de  $H$ , à la deuxième occurrence, les fils se présentent comme à la première occurrence avec un décochement de  $r$ , (avec un décochement de  $(k-1)r$  à la  $k^{\text{ième}}$  occurrence). Donc tant que  $kr \neq 0$  la lame produite par le même triplet de décochements est toujours différente. D'où le corollaire :

**COROLLAIRE :** Un cycle 1-hamiltonien du graphe des transitions licites sur six lames de poids  $r \pmod L$  peut être répété  $m$  fois sans engendrer deux motifs identiques de quatre fils successifs,  $m$  prenant les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{cccccc} r=0 & r=1 & r=2 & r=3 & r=4 & r=5 \\ m=1 & m=6 & m=3 & m=2 & m=3 & m=6 \\ T=59 & T=354 & T=177 & T=118 & T=177 & T=354 \end{array}$$

le nombre  $T$  ci-dessus est le rapport de chaîne ( $T = 59 m$ ).

Considérons maintenant un motif de cinq fils consécutifs donc une suite de trois triplets de décochements successifs. Par exemple l'action suivante sur la lame [1] :

$$(1\ 3\ 4)(3\ 4\ 1)(4\ 1\ 4) * [1] = [2\ 5\ 3\ 4\ 2]$$

qui donne lieu à une équation où seul le deuxième membre est fixé:

$$(d_1\ d_2\ d_3)(d_2\ d_3\ d_4)(d_3\ d_4\ d_5) * [L] = [2\ 5\ 3\ 4\ 2]$$

qui est en fait l'équation à deux variables

$$(d\ 3\ 4)(3\ 4\ 1)(4\ 1\ 4) * [L] = [2\ 5\ 3\ 4\ 2].$$

Il s'ensuit qu'un quintuplet de cinq fils consécutifs ne peut apparaître que pour une transition donnée du graphe des transitions licites. Si donc on impose de ne jamais emprunter deux fois la même transition, c'est-à-dire la même arête du graphe - c'est-à-dire que l'on emprunte un circuit eulérien du graphe - alors on évite la répétition d'un motif de cinq fils consécutifs. D'où :

**THÉORÈME :** *La méthode eulérienne sur six lames n'engendre pas deux motifs identiques de cinq fils successifs.*

Le graphe des transitions licites considéré admet effectivement un circuit eulérien. Toutefois nous préférons interdire la répétition du même motif de quatre fils, ce qui nous conduit à adopter la méthode hamiltonienne.

### 3.3. Rentrage obtenu par la méthode hamiltonienne

Graphe des transitions licites du rentrage : On considère un graphe  $G$  dont l'ensemble des sommets correspond à l'ensemble des triplets de décochements et les arcs définis par la relation entre les soixante triplets (Figure 7). On a  $|X| = 60$ . Pour tous les sommets :  $d_g^+(X_i) = d_g^-(X_i) = 3$  soit  $d_g(X_i) = 6$ .

C'est un graphe orienté d'ordre soixante et de degré six. Les triplets 111 et 555 montrent chacun une boucle.

L'algorithme général de ROBERTS et FLORES [CHR75] [ROB66] permet de déterminer un par un, les circuits hamiltoniens dans un graphe orienté donné. La procédure grâce à un rebroussement systématique garantit l'exploration de toutes les possibilités.

Par exemple, en partant du point (111), on obtient au moins un circuit hamiltonien qui nous permet de construire une série de décochements de rentrage :

1 1 1 2 1 2 2 1 4 3 1 3 1 4 4 1 2 5 2 2 3 2 2 5 3 2 3 4 1 3 4 3 2 5 4 1 4 5 2 3 5 2 1 1 3 5 3 5 5 4 4 3 4 4 5 4 5 5 3

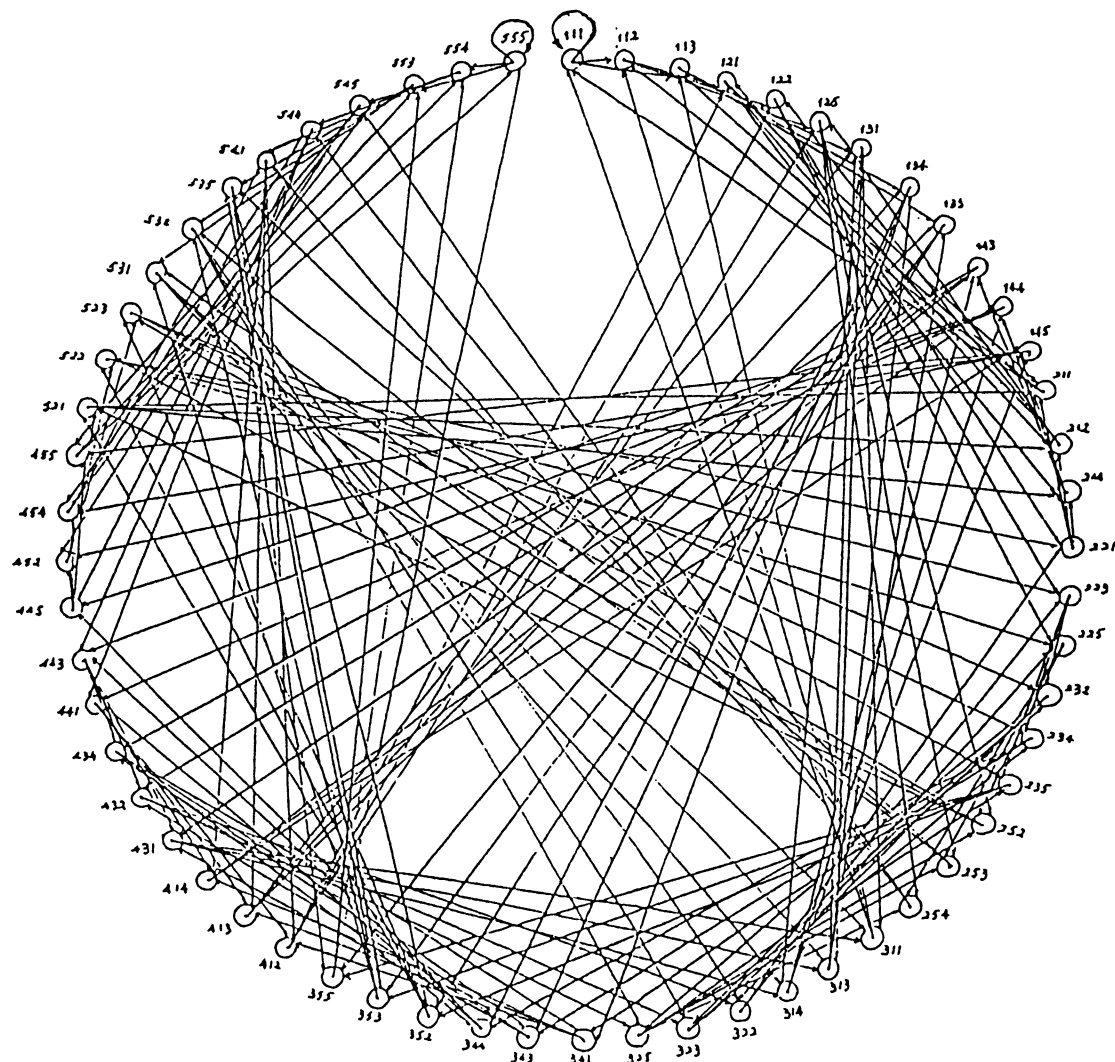
Le rentrage correspondant est repris dans la Figure 8.

Cette méthode est déjà généralisée pour les crêpes-mousse à quatre et à huit lames [RU93]. Tous les rentrages obtenus par cette méthode satisfont aux contraintes du rentrage du crêpe-mousse.

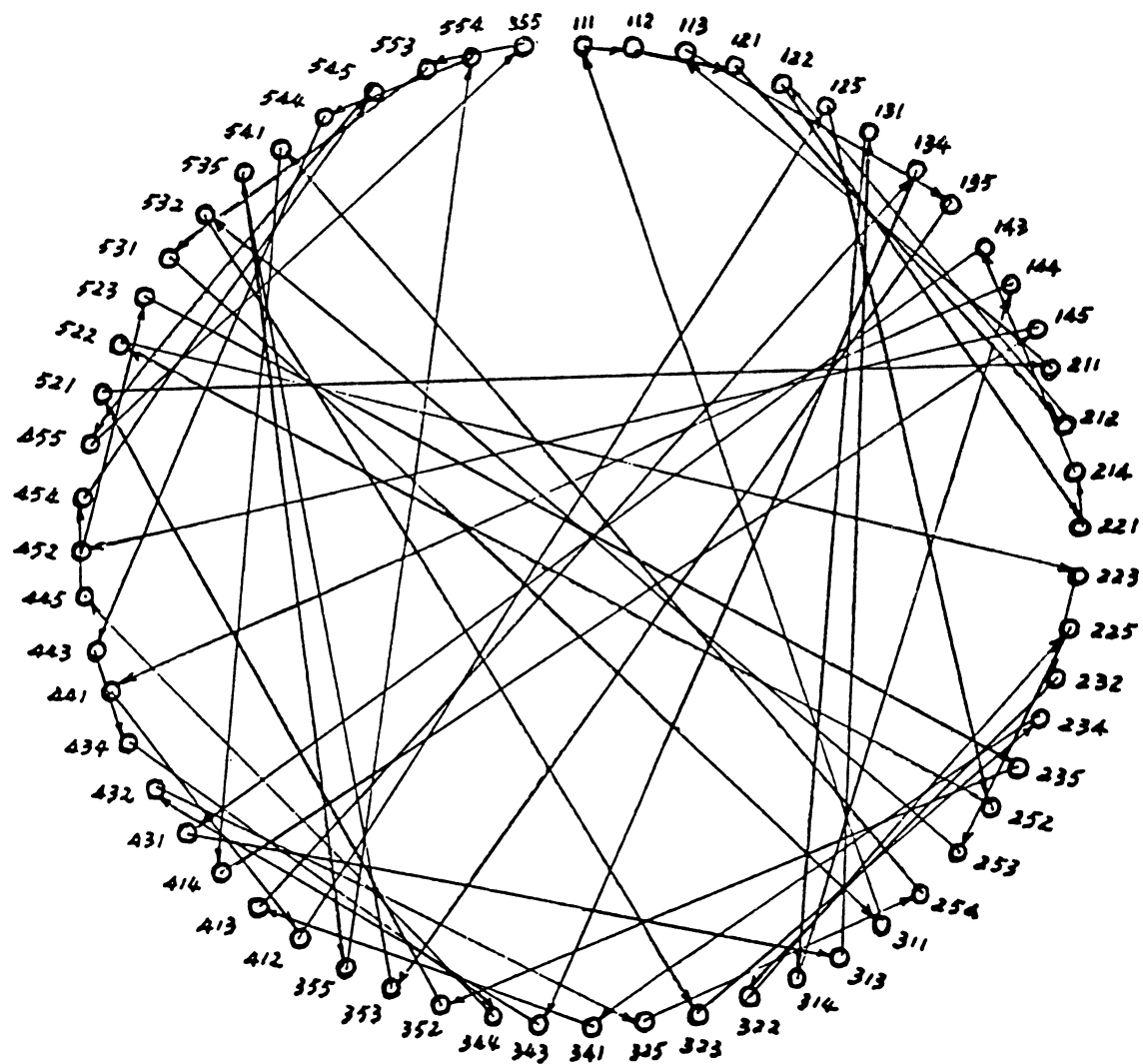
La construction d'un carton élémentaire (chaque élément étant employé une et une seule fois) peut être réalisée par la même méthode. La recherche des circuits hamiltoniens est limitée par la condition d'adjacence (cf.2.3). Il apparaît ainsi 11 808 circuits hamiltoniens pour chaque point de départ (élément du carton). Le nombre total de cartons élémentaires du crêpe-mousse à six lames est donc 236 160.

## 4. CONCLUSION

Historiquement le tissu de crêpe-mousse apparaît en France au début du 20<sup>ème</sup> siècle. A l'origine, le tissage du crêpe-mousse est réalisé sur un métier jacquard. Ce dernier satisfait à l'exigence de distribution des flottés; les mouvements des fils de chaîne étant tous indépendants [ROB49]. (le nombre de colonnes distinctes n'est pas limité). Cependant, les contraintes de tissage paraissent très difficiles à respecter lorsqu'il faut limiter le rapport d'armure pour réaliser ce tissu sur un métier à lames. La réalisation du rentrage et du carton pour crêpe-mousse exige beaucoup de tâtonnements et nécessite une longue préparation. A partir de 1930, le tissu de crêpe-mousse connaît une vogue universelle; il est en effet fabriqué



**Figure 7**  
**Nombre de sommets : 60**  
**Chaque sommet comporte 3 arêtes rentrantes et 3 arêtes sortantes**



Représentation d'un cycle hamiltonien

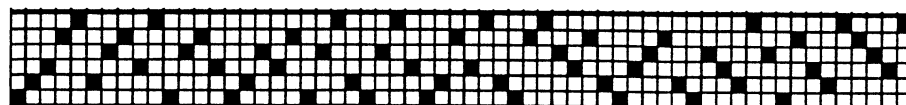


Figure 8  
Rentrage obtenu à partir d'un point de départ 111

non seulement en France et en Chine, mais encore en Grande-Bretagne, en Allemagne et aux États-Unis [ROB49].

Aux environs de 1950, certaines méthodes empiriques sont établies afin de simplifier les procédés de construction du rentrage et du carton des crêpes-mousse [ROB49], [BAR51]. [BAR55]. Cependant, elles ont été peu exploitées jusqu'à présent; la conception d'armures de crêpe de grand rapport demandant beaucoup de temps pour un résultat souvent décevant.

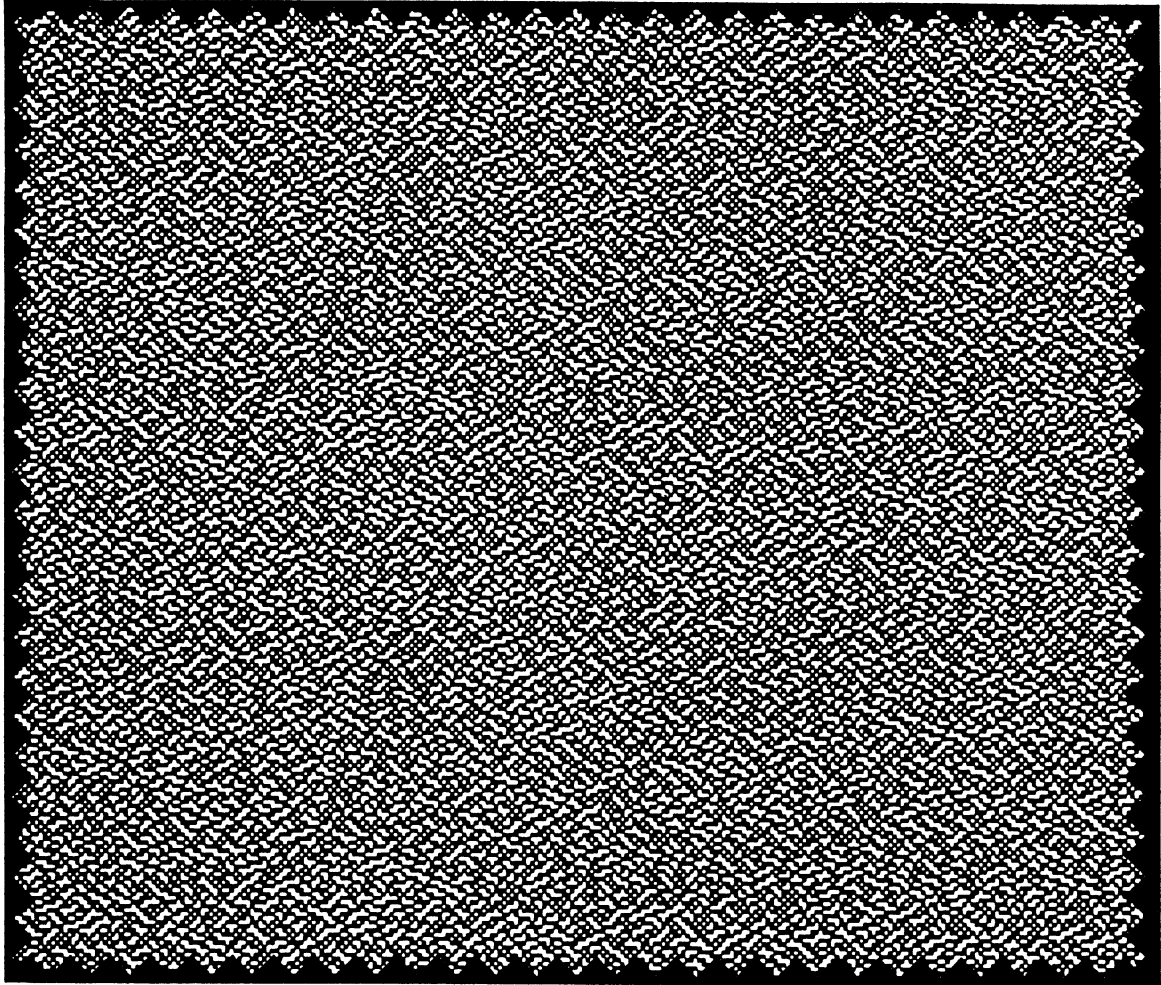
De nos jours, les systèmes C.A.O. (C.A.D) facilitent les procédures automatiques de création de textiles et permettent de simuler les produits finis ou plutôt de nombreuses variantes possibles. Ils favorisent aussi les progrès de la recherche relative au crêpe-mousse et à l'automatisation de sa fabrication [GUA84], [ZHA87], [ZHA89].

Notre étude a été consacrée à la recherche d'algorithmes spécifiques pour la construction du rentrage et du carton du crêpe-mousse. Elle propose des fonctions mathématiques pour les systèmes de C.A.O. textile qui ont cours depuis quelques années. La construction des rentrages et des cartons est effectuée automatiquement par introduction de la formule correspondant à la série de décochements voulus. En utilisant les rentrages et les cartons obtenus par la méthode hamiltonienne, on réalise les différents tissus de crêpe-mousse à quatre, six, et huit lames. Les tissus sont conçus et simulés sur papier et produits à l'aide des ces logiciels : ils satisfont les contraintes propres au crêpe-mousse définies au §.1 et sont tissables sur un métier à lames.

La Figure 9 montre un exemple du tissu de crêpe-mousse à huit lames. Le rentrage avec un rapport de 840 colonnes est réalisé par la méthode hamiltonienne.

*Ma recherche mathématique sur le crêpe-mousse a été réalisée au C.A.M.S.-E.H.E.S.S., sous la direction des Professeurs P. Rosenstiehl (directeur de thèse) et H. de Fraysseix grâce auxquels j'ai pu réaliser des simulations de tissu avec le logiciel PENELOPE. Je tiens à les en remercier vivement.*





**Figure 9**  
Tissu de crêpe-mousse à 8 lames simulé par l'ordinateur.  
Le rapport d'armure : 840 fils en chaîne ; 120 duites en trame

## BIBLIOGRAPHIE

- [BAR51], BARNICK A., "Die Entwicklung von Moos-, Eis-oder Sandkrepfbindingen", *Textil-Praxis*, Sept. 1951.
- [BAR55], BARNICK A., "Grobrapport-Schaftbindingen/Besondere Einzugsarten - VI", *Melliand*, 36, 1955, 243-244.
- [BER63], BERGE C., *Théorie des graphes et ses applications*, Paris, Dunod, 1963.
- [CHR75], CHRISTOSIDES N., *Graph theory and algorithmic approach*, London, Academic press, 1975, 214-233.
- [COX86], COXETER H.S.M. et al., *M.C. Escher : Art et Science*, North-Holland, 1986.
- [DUQ76], DUQUENNE H., *Le tissage et ses armures*, Éditions de l'Institut Textile de France, 1976.
- [FRA91], FRAYSSEIX H. (de), ROSENSTIEHL P., RU A., "A mathematical tool for automatic design of crepe weaves", *proc. of the first inter. silk conf.*, Suzhou Institute of Silk Textile Technology, Chine, 1991, 91-97.
- [GAN71], GAND E., *Le transpositeur ou l'improvisateur de tissu*, Paris, J. Baudry, 1871.
- [GRÜ80], GRÜNBAUM B., et SHEPHARD G.C. , "An introduction to the geometry of fabrics", *Discrete Magazine*, 53, 1980, 139-161.
- [GRÜ86], GRÜNBAUM B., et SHEPHARD G.C., "An extension to the catalogue of isonemal fabrics", *Discrete Mathematics*, 60, 1986, 155-192.
- [GUA84], GU P., et NEWTON A., "The application of Computer-Aided Design techniques to the creation of moss crepe weaves", *Art Textrina*, Vol.2, Dec. 1984.
- [JAU77], JAULIN B., "Sur L'art de sonner les cloches", *Math. Sci. hum.*, n°60, 1977.
- [KIE81], KIENBAUM M., "Contexture et échantillonnage des tissus crêpe", *Bull. Textil International, Tissage/Maille*, n°1, et n°2, 1981, 95-111.
- [LAZ83], LAZENEC H. "Micro-informatique et création de tissus", *L'industrie textile*, n°1132, avril 1983, p.329.
- [LIU68], LIU C.L., *Introduction to combinatorial mathematics*, McGraw-Hill, 1968.
- [LOU73], LOURIE J.R., *Textile graphics (Computer Aided)*, New York, Fairchild, 1973.
- [MAS87], MASSON O., et ROUSSEL F., *Tissage à lames et graphisme*, Les Éditions en Bref, 1987.
- [MON86], MONFORT F. et LEONARD P., "La taxonomie des armures fondamentales de tissus", *Bulletin Scientifique ITF.*, vol.57, 1er trimestre 1986, 15-28.
- [MOO89], MOORE R. et MILLER L., "Woven-fabric design : a Changing Role", *J. Text. Inst.*, n°3, 1989, 337-349.
- [PIL79], PILISI J., "Création de dessin armure", *L'industrie textile*, n°1094, novembre 1979.
- [REN87], RENNER F., "Création d'armures de tissage par transposition", *Bull. Textil International, Tissage/maille*, n°2, 1987, 49-62.
- [ROB66], ROBERTS S.M., et FLORES B., "Systematic generation of hamiltonian circuit", *Comm. of ACM*, Sept. 1966.
- [ROB49], ROBINSON A.T.C., "The design and production of rayon moss crepes-I,II,III", *Silk & Rayon*, London, 1949.
- [ROS65], ROSENSTIEHL R. et MOTHE J., *Mathématiques de l'action*, Paris, Dunod, 1965.
- [RU87], RU A., *Création d'armure sur ordinateur par la méthode des transpositions*, rapport de DEA à l'ENSTIM, Université de Haute Alsace, 1987.
- [RU93], RU A., *Sur quelques algorithmes de synthèse du chaos équilibré (essai mathématique sur le tissage des crêpes)*, Thèse de doctorat de l'E.H.E.S.S., sous la direction de Monsieur P. Rosenstiehl, Paris, avril 1993, communication au 19<sup>ème</sup> Congrès de l'Association Internationale de la Soie à Nanjing, Chine, 31 octobre-4 novembre 1993.

- [SAC74], SACHE A., "La théorie des graphes", *Presses Universitaires de France*, Paris, 1974.
- [WAL66], WALDRICH K., "Voies nouvelles pour créer des armures granitées", *L'industrie Textile*, France, 1966, pp.273-278, 356-340, 419-450.
- [WAN81], WANG Z., *Theory of graph*, Pékin, Edit. Enseignement Supérieur, 1981.
- [YIE81], YIEN J., GU P., et al., *Design of weaves and jacquards*, Pékin, 1981.
- [ZHA78], ZHANG H., *Algèbre moderne*, Edit. Enseignement Supérieur, Pékin, 1978.
- [ZHA87], ZHAO L., "An approach of design of card plan", *J.of Textile*, Shanghai, Vol.8, n°12, Dec. 1987.
- [ZHA89], ZHAO L., "Principle and method of crepe weave harness configuration", *J. of Zhejiang Silk Engineering College*, Vol.6, n°4, Dec 1989.