MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

P. LEVINE

Introduction à un modèle mathématique de l'inconscient l'exemple de l'homme aux rats

Mathématiques et sciences humaines, tome 71 (1980), p. 77-98

<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1980__71__77_0>

Math. Sci. hum. (*18*^{e} année, n°71, *1980*, p.77-98)

INTRODUCTION A UN MODELE MATHEMATIQUE DE L'INCONSCIENT L'EXEMPLE DE L'HOMME AUX RATS

P. LEVINE*

INTRODUCTION

L'objet de ce travail est d'introduire, en partant d'un exemple, un modèle mathématique de l'inconscient reposant sur la théorie des jeux.
Il peut paraître présomptueux d'utiliser les mathématiques pour modéliser un domaine a priori aussi éloigné de la science classique qu'est la psychanalyse et sa conception de l'inconscient. Aussi faut-il dire que nous sommes arrivés par un long détour au sujet qui nous intéresse ici. Parti de la théorie des jeux, dont l'objet est de fournir une formalisation mathématique des sciences sociales sur la base d'une description précise du comportement individuel (voir par exemple [15]), nous fûmes confronté à ses lacunes logiques. Celles-ci proviennent du fait qu'il est impossible de décrire le comportement d'agents ayant à prendre des décisions interdépendantes uniquement à l'aide de fonctions d'utilité (1) sauf dans certaines situations très particulières (voir à ce sujet [10]). Nous fûmes alors frappé de l'analogie de notre problème avec ce que Lacan dit de la situation imaginaire, à savoir qu'elle est renvoyée à un cercle vicieux fondamental dont on ne peut sortir que par le recours au symbolique ([6], voir aussi [12]).
La lecture des textes psychanalytiques nous aida ainsi à élaborer un modèle mathématique permettant, nous semble-t-il, de mieux rendre compte des phénomènes interpersonnels étudiés par la théorie des jeux. D'autre part, il nous apparut peu à peu qu'un tel modèle aurait aussi son intérêt en psychanalyse s'il pouvait être le point de départ d'une méthodologie permettant de tester l'accord des théories et de la clinique, en vérifier la rigueur et les rendre communicables facilement, comme dans les autres sciences mathématisées.

---

* LABORATOIRE d'ECONOMETRIE UNIVERSITE PARIS VI.

(1) c'est-à-dire une façon de classer, par ordre de satisfaction croissante, les résultats de l'action des agents.

Nous ne pouvons savoir si tel sera le cas; mais il nous semble qu'une charpente mathématique ne peut être qu'utile dans une discipline où les faits étudiés sont tellement complexes.

Enfin, vu son origine, le modèle que nous présentons ici est orienté vers l'explication de l'action du sujet. Il ne prétend donc pas formaliser toute la théorie psychanalytique, mais se concentre plutôt sur les aspects de la théorie qui peuvent servir à cette fin.

Dans la première partie, nous introduisons notre modèle en formalisant l'épisode bien connu de la dette de l'homme aux rats [1] dont l'intérêt est de se prêter plus facilement que d'autres cas à une formalisation de l'action du sujet. Dans la seconde, nous récapitulons les données de ce modèle, nous les discutons brièvement par rapport à quelques concepts psychanalytiques et nous en démontrons les principales propriétés.

I - UN EXEMPLE : LE CAS DE L'HOMME AUX RATS

Pour introduire notre modèle, nous partirons de l'exemple classique de l'homme aux rats ([1], [2]). Plus précisément, nous étudierons la situation où l'homme aux rats doit prendre une décision concernant la dette que lui attribue le capitaine M. (voir [1] p. 208-211 puis p. 237). On sait que ce cas a donné lieu à de nombreux commentaires plus ou moins contradictoires (voir par exemple [8], [9], [14], [16]). Nous commencerons par rappeler brièvement l'épisode pour formaliser la situation au niveau de la conscience de l'homme aux rats par deux jeux avec présupposés stratégiques [10]. Puis nous montrerons comment ces jeux ne sont que la réalisation d'un seul et même jeu, le jeu "inconscient" que nous étudierons en I.3.

I.1. Rappel du cas

L'histoire de la dette peut se découper en quelque sorte en un prologue et deux actes.

Prologue : L'homme aux rats apprend par un capitaine que la postière de Z lui a avancé l'argent pour payer le lorgnon qu'il avait commandé.

1er acte : Plus tard, un autre capitaine, le capitaine M. lui dit de rembourser cet argent au lieutenant A. A ce moment, parvient à la conscience de l'homme aux rats la "sanction" suivante : "ne pas rendre l'argent sinon cela arrivera", qui est une allusion au supplice des rats évoqué auparavant. Mais immédiatement, il a le "commandement" : "tu rendras l'argent". L'homme aux rats essaie alors de rendre l'argent à A, bien que se dressent devant lui des difficultés "en apparence indépendantes de lui".

2ème acte : Il rencontre enfin A qui lui annonce que c'est B qui est responsable du bureau de poste de Z où travaille la postière et que c'est à lui qu'il doit rendre l'argent. L'homme aux rats essaie alors d'imaginer comment rendre l'argent à B sans trahir le commandement de rendre l'argent à A, puis de savoir s'il doit respecter le "commandement" ou non. Arrive la fin des manoeuvres pendant lesquelles a lieu cette histoire et il doit rentrer à Vienne. Son problème devient alors de savoir s'il va retourner avec A à Z pour rendre l'argent à B avant de rentrer à Vienne ou rentrer directement. Il crée alors un "fait accompli" et rentre à Vienne, non sans se promettre de retourner dès que possible à Z. En fait, le lendemain, après avoir été tranquillisé par son ami, il renvoie l'argent à la postière de Z.

I.2. Formalisation de l'exemple comme jeu avec présupposés stratégiques

Nous allons maintenant séparer les deux actes définis ci-dessus et les formaliser comme deux jeux avec présupposés stratégiques. La notion de jeu avec présupposés stratégiques est étudiée dans [10] (pour une introduction rapide, voir le §II). Elle permet de décrire la succession des actions de différents protagonistes et les raisonnements que chacun tient sur ces actions en vue de prendre une décision. Alors que la théorie des jeux classique se présente comme une théorie normative : elle essaie de déterminer ce que doit faire un agent rationnel dans une situation d'interdépendance, la théorie des jeux avec présupposés stratégiques a principalement pour but de comprendre comment un agent quelconque agit dans une telle situation. Aussi, elle tient compte des faits d'expérience suivants (que l'on classe souvent sous le titre de "rationalité limitée") et qui sont présents dans les situations qui nous intéressent ici :

1 - Un joueur n'a pas en général de fonction d'utilité et n'en prête pas aux autres.

2 - Il n'a pas le raisonnement du type "équilibre" que lui prête la théorie des jeux, mais un raisonnement formant une chaîne déductive linéaire.

3 - Dans ses raisonnements, il attribue aux autres joueurs des raisonnements qu'ils ne feront jamais réellement, mais qu'il suppose vrais cependant. En d'autres termes, il joue un jeu subjectif.

4 - Les situations qu'il considère ne sont pas exhaustives, mais privilégient certaines informations et certains raisonnements.

5 - Il conclut, même lorsqu'il n'est pas sûr de la stratégie adoptée par les autres joueurs, en utilisant un "critère de choix" qu'il suppose inconnu des autres, et quelquefois même l'est de sa propre conscience.

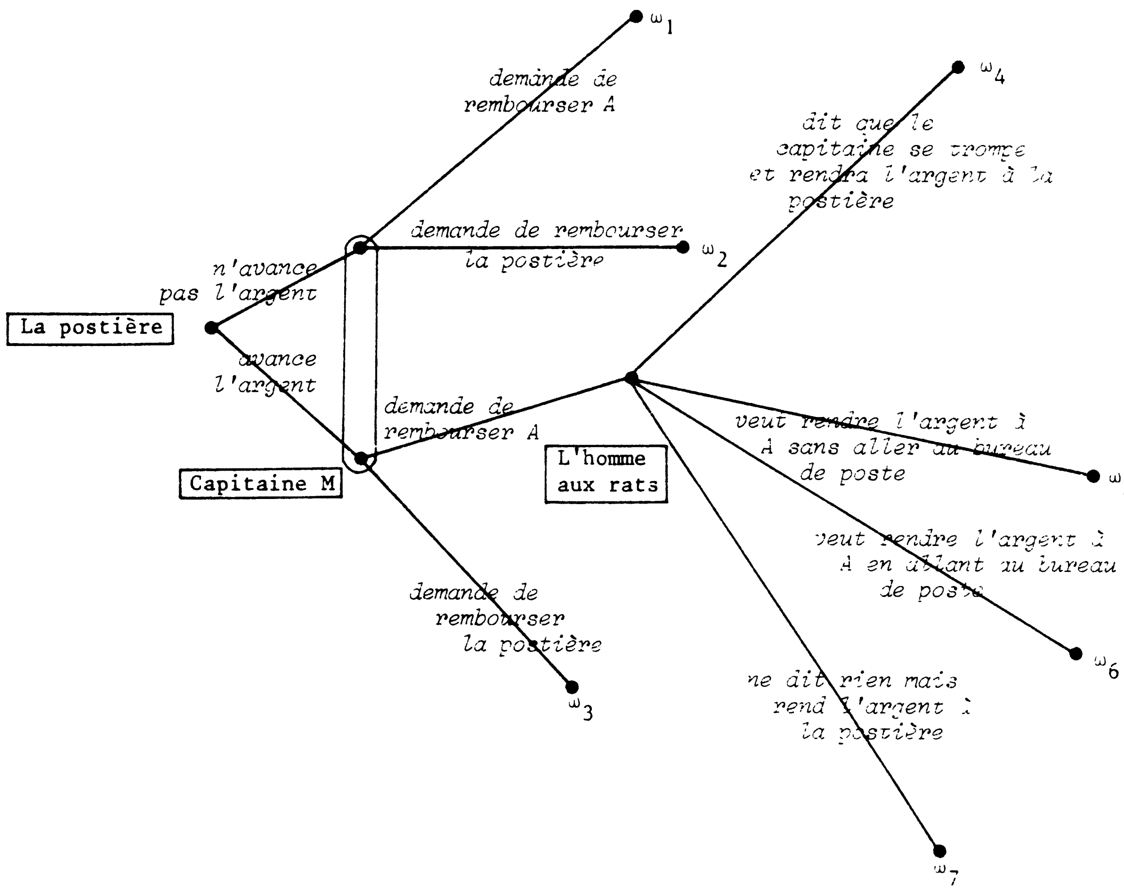
I.2.1. Formalisation de la forme extensive

Commençons par tracer la suite des actions possibles (ceci correspond à la notion de forme extensive du jeu (1)) concernant le prologue et l'acte I et

(1) Pour plus de précisions, voir par exemple [11] ch. 3.

ceci du point de vue de l'homme aux rats. On appellera ce jeu le jeu J_1 .

Figure 1 : $\underline{J_1}$ (1)



Comme on le voit, le jeu J_1 ne décrit pas uniquement les actions choisies par les protagonistes qui sont ici la postière, le capitaine M. et l'homme aux rats, mais aussi les actions possibles a priori parmi lesquelles chacun fait son choix. Il est évident que la forme extensive présentée ici a une part d'arbitraire puisque l'on ne considère que certaines alternatives possibles, mais elle dégage à notre avis les plus significatives et, de toute manière, n'influence pas la solution adoptée par les différents protagonistes.

Remarquons que lorsque l'arbre s'arrête, par exemple en ω_1, cela veut dire que la suite ne serait pas utile à l'analyse qui nous intéresse.(2)

---

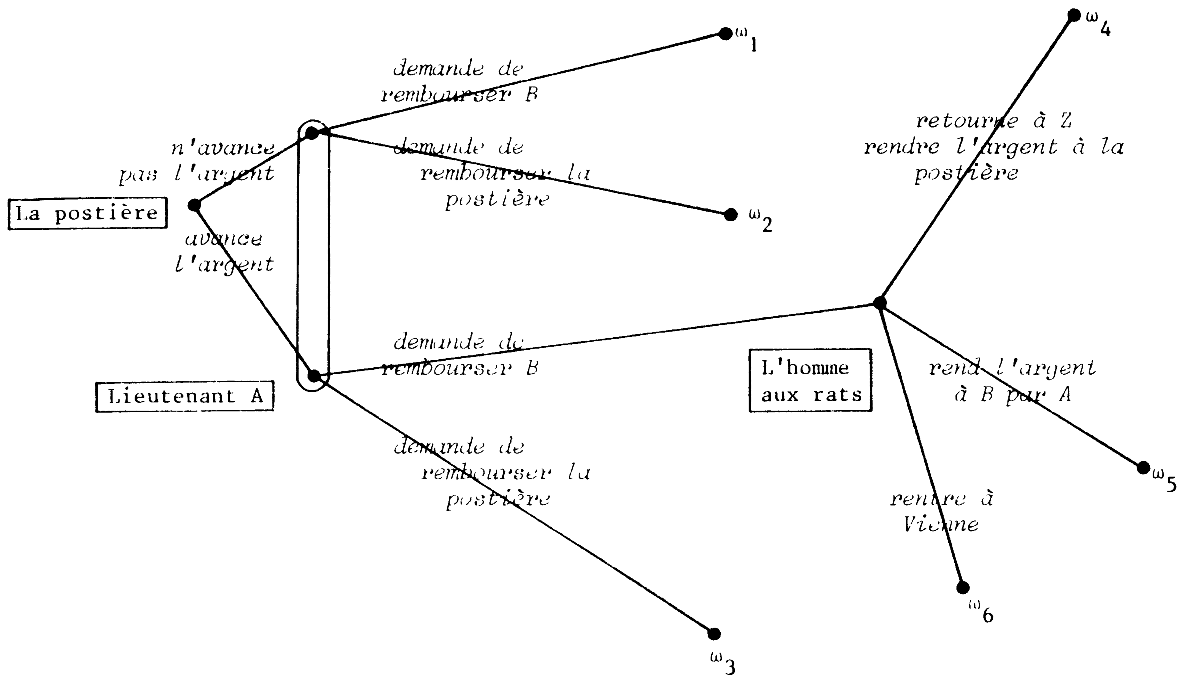
(1) Les sommets du graphe où le capitaine M. intervient sont entourés pour indiquer que lorsqu'il prend sa décision, il ne sait pas ce qu'a fait la postière.

(2) Dans le langage de la théorie des jeux, un tel état s'appelle un résultat du jeu.

Notons enfin qu'il s'agit d'un jeu à information imparfaite ([11] ch. 3) puisque le capitaine M. ne sait pas si la postière a avancé l'argent alors que l'homme aux rats le sait.

Passons maintenant au deuxième acte, que nous noterons J_2 :

Figure 2 : $\underline{J_2}$



Une comparaison rapide avec la figure 1 montre que le jeu J_2 a la même structure que le jeu J_1 . Les remarques faites pour J_1 valent donc pour J_2.

Du point de vue de la théorie des jeux classique ([15] ou [11] par exemple) tout est expliqué dans le jeu J_1 (resp. J_2) lorsqu'on a réussi, à partir des données de la forme extensive, à justifier la rationalité des actions des trois joueurs, la postière, l'homme aux rats et le capitaine M. (resp. le lieutenant A.). Celles-ci sont ici :

. avancer l'argent, pour la postière
. dire de rembourser A, pour le capitaine M.
. dire de rembourser B, pour le lieutenant A.
. essayer de rembourser A, sans aller au bureau de poste, pour l'homme aux rats dans J_1 (1)
. rentrer à Vienne, pour l'homme aux rats, dans J_2

(1) Le fait que l'homme aux rats ne va pas au bureau de poste pour rembourser le lieutenant A. mais attend de le trouver ailleurs sera important dans notre analyse, mais n'a pas été assez souligné par Freud à notre sens dans son explication.

Reprenons d'abord le jeu J_1 . Que parvient-il à la conscience de l'homme aux rats lorsqu'il a à prendre sa décision ? Dès que le capitaine M. a donné l'ordre de rembourser le lieutenant A., l'homme aux rats a "oublié" que la postière avait avancé l'argent. Il n'est donc plus capable de distinguer complètement les stratégies de la postière dans le jeu J_1 . D'autre part, il lui vient uniquement les idées suivantes : "ne pas rembourser, sinon cela arrivera" et "rendre l'argent au lieutenant A.". Or "rembourser" est en fait tout un ensemble de stratégies(1) et non une seule stratégie; de même "rendre l'argent au lieutenant A.". En effet, "rembourser" peut être complété par l'une des phrases suivantes :

(1) "la postière et dire au capitaine qu'il se trompe"

(2) "la postière, mais ne rien dire"

(3) "le lieutenant A.".

"Rendre l'argent au lieutenant A." peut être complété à son tour par :

(1) "au bureau de poste"

(2) sans aller au bureau de poste".

On remarque ainsi que les deux termes de l'alternative formulée par l'homme aux rats ne sont nullement contradictoires, mais que

"rembourser le lieutenant A. sans rembourser la postière"

est compatible aussi bien avec "ne pas rembourser" qu'avec "rembourser le lieutenant A.".

En conclusion, il est impossible d'adapter au niveau de la conscience la théorie des jeux classique, qui considère une décision comme le choix d'une stratégie bien définie parmi un ensemble de décisions s'excluant mutuellement, de manière à maximiser son utilité.(2)

Il est évident que les mêmes remarques s'appliquent au jeu J_2 .

Pourtant, il est possible de formaliser ces deux jeux comme des jeux avec présupposés stratégiques. L'intérêt d'une telle formalisation n'est pas gratuit car elle permet de définir de manière précise les raisonnements conscients et les décisions prises pour, par la suite, montrer comment ceux-ci s'expliquent par un "jeu inconscient".

---

(1) Cette manière de voir correspond au fait que les idées obsessionnelles sont des idées vagues qui demandent à être précisées pour être comprises ([1] p. 245-246).

(2) Bien qu'on ne puisse utiliser la théorie classique déjà parce que les alternatives que l'homme aux rats envisage pour les joueurs ne sont pas celles de la forme extensive J_1 mais des sous ensembles de stratégies ne formant pas une partition, on peut remarquer aussi qu'il serait très difficile, à la vue de l'observation de l'homme aux rats, de définir des utilités "conscientes" attachées aux résultats $\omega_4 \ldots \omega_7$ du jeu J_1 .

I.2.2. Formalisation sous forme de jeu avec présupposés stratégiques

Reprenons le jeu J_1. Pour formaliser J_1 comme un jeu avec présupposés stratégiques, il faut préciser

(a) les ensembles de stratégies des joueurs,

(b) les ensembles de stratégies qui sont effectivement considérés dans les raisonnements,

(c) les présupposés stratégiques,

(d) la fonction de choix du joueur par rapport à qui on étudie la situation, ici l'homme aux rats.

On notera les joueurs par l'indice i qui peut prendre les valeurs 1, 2, 3. On appellera la postière le joueur 1, le capitaine M. le joueur 2 et l'homme aux rats le joueur 3.

Rappelons maintenant les ensembles de stratégies des différents joueurs que nous noterons X_i $(i = 1,2,3)$.

On a : $X_1 = \{x_1^1 , x_1^2\}$ où

x_1^1 = "avancer l'argent" ,

x_1^2 = "ne pas avancer l'argent";

" " : $X_2 = \{x_2^1 , x_2^2\}$ où

x_2^1 = "dire de rembourser A." ,

x_2^2 = "dire de rembourser la postière";

" " : $X_3 = \{x_3^1 , x_3^2 , x_3^3 , x_3^4\}$ où

x_3^1 = "rembourser la postière et dire au capitaine qu'il se trompe",

x_3^2 = "rembourser la postière mais ne rien dire",

x_3^3 ="rembourser le lieutenant A. au bureau de poste",

x_3^4 = "rembourser le lieutenant A. sans aller au bureau de poste".

Bien que chaque joueur ait un ensemble de stratégies bien défini, dans ses raisonnements l'homme aux rats ne tient pas compte de toutes les possibilités. Seulement certains sous ensembles de stratégies sont considérés. Par exemple, au moment de prendre sa décision, le fait que la postière ait avancé l'argent est devenu inconscient, c'est-à-dire que l'homme aux rats ne peut distinguer la stratégie x_1^1. Par suite, les sous-ensembles de X_1 qu'il peut considérer au cours de ses raisonnements sont :

$$\{ x_1^2 \} \quad \text{et} \quad \{ x_1^1 , x_1^2 \} .$$

Il ne peut donc traiter comme information que "le joueur 1 joue x_1^2" ou "je n'ai aucune information sur le comportement des joueurs," c'est-à-dire

$$\{ x_1^1 , x_1^2 \} .$$

On notera en général $\mathcal{A}_i$ la collection des sous ensembles effectivement considérés dans les raisonnements. D'où

$$\mathcal{A}_1 = \{\{ x_1^2 \} \quad , \quad \{ x_1^1 , x_1^2 \}\} .$$

Mais comme chacune des stratégies du joueur 2 peut être prise en compte, on a :

$$\mathcal{A}_2 = \{\{ x_2^1 \} \quad , \quad \{ x_2^2 \} \quad , \quad \{ x_2^1 , x_2^2 \}\} .$$

Par contre, on a vu que les informations considérées par l'homme aux rats sur sa propre stratégie sont "rendre l'argent" et "rendre l'argent au lieutenant A.". Par suite :

$$\mathcal{A}_3 = \{\{ x_3^3 , x_3^4 \} \quad , \quad \{ x_3^1 , x_3^2 , x_3^3 , x_3^4 \}\} .$$

Comment formaliser maintenant les raisonnements qui viennent à la conscience de l'homme aux rats sur le comportement(1) des différents joueurs ? Pour cela, commençons par formaliser le comportement de chaque joueur i à l'aide de présupposés stratégiques R_i [10] et ceci du point de vue de l'homme aux rats. R_i est une application qui, à toute information possible que détient i sur la stratégie des joueurs autres que i, associe l'information qu'ont les joueurs sur le comportement du joueur i dans ces circonstances.

On appellera Z_1, Z_2, Z_3 des parties quelconques de $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$. Dans notre exemple on a, pour le joueur 1 :

(1) $R_1(Z_2 \times Z_3) = X_1$ pour tout $Z_2 \in \mathcal{A}_2$ et $Z_3 \in \mathcal{A}_3$.

En effet, du point de vue de l'homme aux rats, la postière a choisi sa stratégie x_1^1 sans aucune information sur la suite des événements, mais comme la stratégie x_1^1 ne peut venir à sa conscience, il est dans l'impossibilité de prendre en compte le comportement de la postière.

Quant au joueur 2, du point de vue du joueur 3, il demande de rembourser le lieutenant A. sans aucune information, ni sur la postière ni sur l'homme aux rats. D'où :

---

(1) De manière précise, un comportement est la donnée, pour toute information venant à la perception d'un joueur, d'un sous ensemble d'actions possibles pour ce joueur.

(2) $R_2(Z_1 \times Z_3) = \{ x_2^1 \}$ pour tout $Z_1 \in \mathcal{A}_1$ et $Z_3 \in \mathcal{A}_3$.(1)

Enfin, le comportement conscient du joueur 3 peut être formalisé par :

(3) $R_3(Z_1 \times Z_2) = \{ x_3^3 , x_3^4 \}$ pour tout $Z_1 \in \mathcal{A}_1$ et $Z_2 \in \mathcal{A}_2$

du fait qu'il n'a à prendre de décision que si la postière avance l'argent et si le capitaine M. demande de rembourser A., cas où il choisit effectivement $\{ x_3^3 , x_3^4 \}$.

Il ne nous reste plus qu'à caractériser le comportement "réel" de l'homme aux rats par sa fonction de choix ρ ; ρ est l'application qui, à tout ensemble d'information sur la stratégie des autres joueurs, associe son action réelle dans le cas où il doit prendre sa décision uniquement avec cette information.

On a donc ici (4) $\rho(Z_1 \times Z_2) = x_3^4$ pour tout $Z_1 \in \mathcal{A}_1$ et $Z_2 \in \mathcal{A}_2$.

Remarquons que l'on a $\rho(Z_1 \times Z_2) \in R_3(Z_1 \times Z_2)$ mais que ρ n'est pas une donnée consciente pour le joueur 3.

Le jeu avec présupposés stratégiques associé à J_1 est donc extrêmement simple et les raisonnements faits par l'homme aux rats sont immédiats : comme il n'a aucune information sur la stratégie de 1, puisque :

$$R_1(X_2 \times X_3) = X_1$$

et que : $$R_2(X_1 \times X_3) = \{ x_2^1 \} ,$$

il joue consciemment $$R_3(X_1 \times \{x_2^1\}) = \{ x_3^3 , x_3^4 \} \text{ et}$$

$\rho(X_1 \times \{x_2^1\})$ réellement, c'est-à-dire x_3^4 .

Ces formules s'interprètent de la manière suivante, pour l'homme aux rats : "Comme je ne sais rien de ce qu'a fait la postière et que le capitaine me demande de rembourser A., je rembourserai A.". La solution réelle qu'il choisit "rembourser A. sans aller au bureau de poste" est donc compatible avec son raisonnement conscient qui est parfaitement logique.

Ceci est, dans ce cas très particulier, la solution du jeu avec présupposés stratégiques associé à J_1 , telle qu'elle est définie dans [10] chap.I. A ce stade de la présentation, on pourrait à juste titre se demander pourquoi utiliser une formalisation si lourde pour un phénomène si simple.

Nous demandons donc au lecteur de patienter pour juger de l'intérêt de cette approche jusqu'au moment où l'on expliquera cette structure très particulière par un autre jeu avec présupposés stratégiques moins trivial.

---

(1) Remarquons qu'il en est ainsi aussi s'il pense que la postière n'a pas avancé l'argent.

Passons maintenant au jeu J_2. Celui-ci étant de structure assez proche de J_1, nous donnerons directement le jeu avec présupposés stratégiques associé.

Le joueur 1 est toujours la postière.

Le joueur 2 est le lieutenant A.

Le joueur 3 est l'homme aux rats.

On a maintenant (avec les mêmes notations que précédemment) :

$X_1 = \{x_1^1 , x_1^2\}$ où

x_1^1 = avancer l'argent,

x_1^2 = ne pas avancer l'argent;

$X_2 = \{x_2^1 , x_2^2\}$ où

x_2^1 = demande de rembourser B.,

x_2^2 = demande de rembourser la postière;

$X_3 = \{x_3^1 , x_3^2 , x_3^3\}$ où

x_3^1 = retourner à Z rembourser la postière,

x_3^2 = rendre l'argent à B par l'intermédiaire de A.,

x_3^3 = rentrer à Vienne.

Puis :

$\mathcal{A}_1 = \{\{x_1^2\} , \{x_1^1 , x_1^2\}\}$

$\mathcal{A}_2 = \{\{x_2^1\} , \{x_2^2\} , \{x_2^l , x_2^2\}\}$

$\mathcal{A}_3 = \{\{x_3^1 , x_3^2\} , \{x_3^3\} , \{x_3^1 , x_3^2 , x_3^3\}\}$.

Les informations sur le comportement des joueurs sont alors formalisées par :

(5) $R_1(Z_2 \times Z_3) = X_1$ pour tout $Z_2 \in \mathcal{A}_2$, $Z_3 \in \mathcal{A}_3$

(6) $R_2(Z_1 \times Z_3) = \{ x_2^1 \}$ pour tout $Z_1 \in \mathcal{A}_1$, $Z_3 \in \mathcal{A}_3$

(7) $R_3(Z_1 \times Z_2) = X_3$ pour tout $Z_1 \in \mathcal{A}_1$, $Z_2 \in \mathcal{A}_2$.

La seule différence notable avec J_1 est que dans J_2 l'homme aux rats ne sait pas lui-même s'il doit jouer $\{ x_3^1, x_3^2 \}$ ou $\{ x_3^3 \}$ et finalement n'a aucune information sur son action réelle. On a ici :

(8) $\rho(Z_1 \times Z_2) = x_3^3$ pour tout $Z_1 \in \mathcal{A}_1$, $Z_2 \in \mathcal{A}_2$.

I.3. L'explication du comportement de l'homme aux rats

L'apport de la psychanalyse a été de postuler que le niveau conscient n'était pas pertinent pour comprendre l'action d'un acteur, mais qu'il fallait en ramener la détermination au niveau de l'inconscient. Aussi la structure classique d'une explication en psychanalyse est de déterminer la nature du processus inconscient qui guide l'acteur et d'établir une correspondance entre ce processus et la situation exprimée au niveau de la conscience. Cependant, vu la complexité des situations, si le processus inconscient est souvent assez précisément décrit, la correspondance avec la situation réelle n'est qu'en général ébauchée. C'est une des motivations importantes du modèle que d'apporter plus de rigueur dans ce type de démarche.

I.3.1. Le "schéma" inconscient

Reprenons le cas des jeux J_1 et J_2 .

Nous partirons de la démarche de Freud pour introduire notre formalisation. Pour lui, le passage de la situation réelle au processus inconscient se fait par une correspondance qui permet de structurer la situation réelle par le processus inconscient. Par exemple : "Mais tout de suite s'établit le rapport avec la scène de son enfance où lui-même avait mordu"; "le capitaine, qui se faisait l'avocat de punitions semblables à celle qu'il avait subie, avait pris pour le malade la place de son père et attiré contre lui un renouveau d'animosité pareille à celle qui avait jadis éclaté contre la cruauté paternelle." (C'est moi qui souligne).

L'explication de Freud est alors en gros la suivante : Le fait que le capitaine M. ait parlé du supplice des rats fait établir à l'homme aux rats une correspondance entre la situation réelle décrite par (J_1) et (J_2) et la scène infantile où son père le punit d'avoir mordu et l'amène à "reproduire un ancien prototype" de punition et de conflit avec son père "entre la persistance de la volonté paternelle et ses propres sentiments amoureux"(p.229).(1)

Nous allons donc d'abord formaliser ce processus inconscient caractérisé par la scène infantile, le prototype de punition et le conflit, puis établir une correspondance avec les jeux J_1 et J_2 pour les expliquer. Nous verrons alors que nous arrivons à une explication cohérente mais quelque peu différente de celle de Freud.

Pour formaliser le processus inconscient, nous essaierons de définir plus

(1) Voir aussi p.236 "Les paroles du capitaine "Il faut que tu rendes au lieutenant A. les 3 couronnes 80" étaient pour le fils comme une allusion à la dette que le père n'avait pas payée" ou p. 237 "il put alors reproduire son hésitation entre les deux jeunes filles en leur substituant dans ses idées quasi délirantes les deux officiers".

précisément le "schéma"(1) qui permet d'intégrer "après coup" les différents événements traumatiques de la "préhistoire" de l'homme aux rats. Pour cela, on utilisera l'analyse de Freud (dans [1] complété par [2]) ainsi que la réévaluation qu'a fait Zetzel ([16]) puis Safouan ([14] ch. 5) du rôle de Catherine dans la névrose de l'homme aux rats.

On peut considérer quatre évènements principaux :

1) Le fait que Catherine ait eu un rôle protecteur pour l'homme aux rats après la naissance de sa plus jeune soeur alors qu'il avait 3 ans ("sur mon âme, si tu meurs, je me tuerai" avait-elle dit).

2) La masturbation au même âge punie par son père en disant que s'il continuait, il en mourrait.

3) La "scène infantile" où il est puni par son père d'avoir mordu, mais où il se révolte en pensant certainement que la punition est injuste. L'injustice est renforcée plus tard par les reproches qu'il peut adresser à la conduite de son père.

4) La mort de sa soeur Catherine qui, en quelque sorte, conclut cette période.

Le "schéma" semble donc être le suivant :

1) A la naissance de sa jeune soeur, le frère et la soeur, quelque peu délaissés par leurs parents, se rapprochent (certainement à l'initiative de la soeur plus âgée).

2) L'homme aux rats"répond" à cette situation par la masturbation et se rapproche de Catherine. Est certainement aussi associé à ces événements le désir d'avoir un enfant comme les parents.

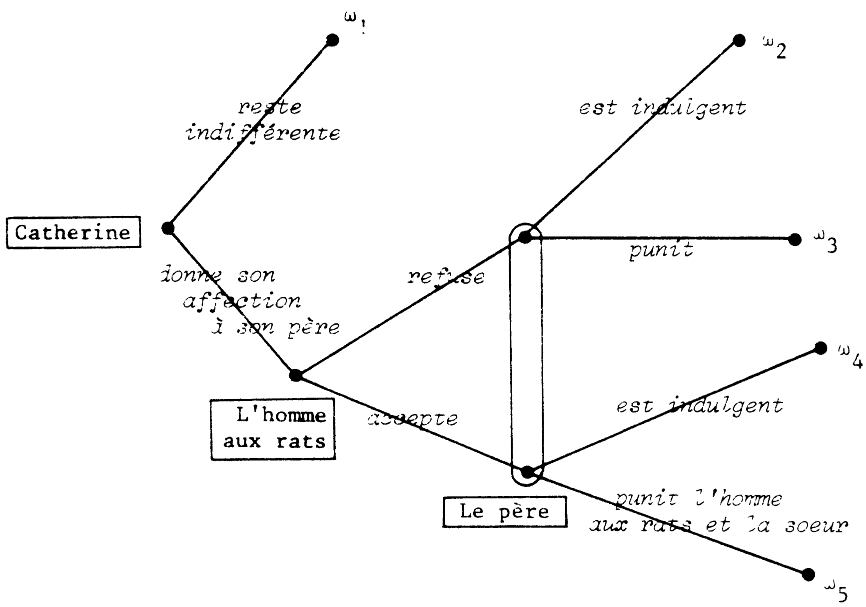
3) Le fait que son père le punisse de ce comportement provoque chez lui une révolte contre le père injuste, situation que la mort de sa soeur accentue de manière traumatique. On est ainsi amené à formaliser le "schéma" par le jeu "inconscient" G dont la forme extensive se trouve figure 3.

Ce jeu est à information imparfaite pour le père (du point de vue de l'homme aux rats) puisque, lorsqu'il prend sa décision, il ignore que son père connaîtra son comportement.

---

(1) Au sens de Freud dans la conclusion de l'homme aux loups ([1] p. 418).

Figure 3 : Le jeu G



I.3.2. Le jeu avec présupposés stratégiques "inconscient"

Nous allons maintenant postuler que le jeu "inconscient" est accompagné de "raisonnements" que nous formaliserons à l'aide d'un jeu avec présupposés stratégiques. La validité de ce postulat peut être jugée à deux niveaux. Le premier est celui des informations que l'on a sur la manière dont l'homme aux rats a pu vivre le jeu G. Le second est celui des conséquences logiques que nous pourrons tirer de ce postulat quant aux jeux J_1 et J_2. L'accord entre ces déductions et l'observation de J_1 et J_2 sera ainsi un second test de l'adéquation du modèle à la réalité.

On a ici trois joueurs :

Catherine notée i = 1,

L'homme aux rats noté i = 2,

Le père noté i = 3.

Les ensembles de stratégies correspondants sont :

$Y_1 = y_1^1 , y_1^2$ où

y_1^1 = donne son affection,

y_1^2 = reste indifférente;

$Y_2 = \{y_2^1 , y_2^2\}$ où

y_2^1 = accepte,

y_2^2 = refuse;

$Y_3 = \{y_3^1 , y_3^2\}$ où

y_3^1 = punit,

y_3^2 = est indulgent.

Comme, dans ce jeu, toutes les situations peuvent être considérées par les joueurs, les sous ensembles de stratégies $\mathcal{B}_i$ à envisager (analogues aux $\mathcal{A}_i$ des jeux J_1 et J_2) n'ont pas à être précisés. Passons donc directement aux présupposés stratégiques, notés T_i, vus du point de vue de l'homme aux rats.

Comme Catherine donne son affection à son frère indépendamment des circonstances, on a :

(9) $T_1(Z_2 \times Z_3) = \{y_1^1\}$ pour tout $Z_2 \in \mathcal{B}_2$, $Z_3 \in \mathcal{B}_3$.

Pour l'homme aux rats, on a trois cas :

(10) 1) $T_2(Z_1 \times Y_3)$ correspond à l'information de l'homme aux rats avant le traumatisme; dans ce cas, il "accepte", mais comme son père ne le sait pas encore, on a :

$$T_2(Z_1 \times Y_3) = Y_2$$

De plus, si l'on note τ la fonction de choix de l'homme aux rats, on a :

$$\tau (Z_1 \times Y_3) = y_2^1$$

puisqu'il "accepte" effectivement.

(10) 2) $T_2(Z_1 \times \{y_3^1\})$ correspond à la situation "après coup". Dans ce cas, l'homme aux rats pense qu'il aurait dû refuser devant la punition qu'il encourt (il est devenu "lâche" [1] p. 233), donc :

$$T_2(Z_1 \times \{y_3^1\}) = \{y_2^2\} = \tau(Z_1 \times \{y_3^1\}) .$$

(10) 3) $T_2(Z_1 \times \{y_3^2\})$ correspond au désir de l'homme aux rats, c'est-à-dire :

$$T_2(Z_1 \times \{y_3^2\}) = \{y_2^1\} = \tau(Z_1 \times \{y_3^2\}) .$$

Quant au père, on a, suivant le prototype de la scène infantile :

(11) $T_3(Z_1 \times Y_2') = \{y_3^1\}$.

A l'aide de ces données, le "raisonnement" de l'homme aux rats est le suivant : comme sa soeur choisit de toute manière de donner son affection et que son père le punit s'il accepte, il refuse, de peur de s'exposer à la punition de son père, formellement :

$$T_1(Z_2 \times Z_3) = \{y_1^1\}$$

$$T_3(\{y_1^1\} \times Z_2) = \{y_3^1\}$$

$$T_2(\{y_1^1\} \times \{y_3^1\}) = \{y_2^2\}$$

Remarquons que si la solution de ce jeu est encore très simple, la structure des "raisonnements" est ici déjà plus intéressante. Par exemple, si le joueur 2 n'a aucune information sur la stratégie de 3, au lieu de jouer y_2^2, il jouera au contraire y_2^1. Les conséquences de cette propriété seront étudiées dans II.3.

I.3.3. La correspondance

Il nous reste à voir comment le jeu G peut déterminer les raisonnements dans les jeux J_1 et J_2. A cette fin, nous devons établir des correspondances entre G et J_1, puis entre G et J_2. Celles-ci découlent de l'analyse de Freud et des compléments apportés par Zetzel à la vue de [2]. Commençons par J_1.

En ce qui concerne les joueurs, la correspondance s'établit de la façon suivante : la postière se substitue à Catherine tandis que le capitaine M. représente le père. Si le fait que le père est représenté dans J_1 par le capitaine M. est parfaitement établi par Freud, il n'en est pas de même pour la postière. Pourtant il nous semble qu'on peut le déduire du fait que, ayant à choisir entre la fille de l'aubergiste et la postière, le capitaine M. lui "interdit" la postière qui représente ainsi le choix interdit par son père, en d'autres termes, "la jeune fille jolie mais pauvre" ou la Dame ou sa soeur Catherine(1). Par suite, les joueurs 1, 2 et 3 dans le jeu G deviennent les joueurs 1, 3 et 2 dans le jeu J_1.

On peut alors facilement faire correspondre les stratégies définies en I.2.2.

y_1^1 devient x_2^1 , y_1^2 devient x_1^2

y_2^1 " x_3^1 , y_2^2 " x_3^4

y_3^1 " x_2^1 , y_3^2 " x_2^2

Cependant, si ceci est la correspondance exacte entre les stratégies de G

(1) Voir à ce sujet [1] p. 228 et [16] p. 534.

et de J_1 , elle reste inconsciente au sens où x_1^1, x_3^1 et x_3^4 ne sont pas des stratégies venant à la conscience de l'homme aux rats. Par suite, en plus de cette première correspondance, il faut introduire la seconde, moins précise

y_1^1 devient $\{x_1^1 , x_1^2\}$, y_1^2 devient x_1^2 .

y_2^1 devient $\{x_3^1 , x_3^2 , x_3^3 , x_3^4\}$, y_2^2 devient $\{x_3^3 , x_3^4\}$.

y_3^1 devient x_2^1 , y_3^2 devient x_2^2 .

Cherchons maintenant comment, à l'aide de ces correspondances, sont traduits dans J_1 les raisonnements de G .

D'abord $T_1(Z_2 \times Z_3) = \{y_1^1\}$ devient $R_1(Z_3 \times Z_2) = \{x_1^1 , x_1^2\} = X_1$

et $T_3(Z_1 \times Z_2) = \{y_3^1\}$ devient $R_2(Z_1 \times Z_3) = \{x_2^1\}$.

Examinons maintenant T_2 et τ . Comme dans J_1 le joueur 3 ne joue que lorsque 2 joue x_2^1, on a à s'intéresser uniquement à :

$T_2(Z_1 \times \{y_3^1\}) = \{y_2^2\}$ qui devient $R_3(Z_1 \times \{x_2^1\}) = \{x_3^3 , x_3^4\}$

et $\tau(Z_1 \times \{y_3^1\}) = y_2^2$ qui devient $\rho(Z_1 \times \{x_2^1\}) = x_3^4$.

On voit donc que l'on a retrouvé de cette manière les raisonnements conscients et le comportement réel de l'homme aux rats (voir formules (1), (2), (3) et (4)).

On peut aussi maintenant expliquer l'obsession de l'homme aux rats : "ne pas rendre l'argent sinon cela arrivera". Elle correspond aux raisonnements inconscients suivants : si je réponds à l'affection de ma soeur et que je désire avoir un jour un enfant avec elle comme mes parents en ont eu[(1)], je serai puni par mon père, ma soeur mourra et je désirerai alors me venger sur lui. C'est exactement le raisonnement qui correspond à :

$$T_3(\{y_1^1\} \times \{y_2^1\}) = \{y_3^1\}$$

qui devient :

$$R_2(X_1 \times X_3) = \{x_2^1\}$$

c'est-à-dire "ne pas rendre l'argent, sinon cela arrivera". Il serait facile de montrer que l'on peut de la même manière mettre en correspondance G et J_2 et expliquer le comportement de l'homme aux rats dans J_2 de la même façon que dans J_1 . En effet, il choisit encore dans J_2 la stratégie qui lui permet d'éviter le contact avec la postière en rentrant à Vienne, puisque rendre l'argent à B revient automatiquement à rencontrer la postière.

(1) C'est ainsi à notre sens que se greffe l'importance pour l'homme aux rats des enfants (voir à ce sujet la discussion de Freud [1] p. 240-242).

Son hésitation s'explique ainsi par le fait que le Moi doit rationaliser la décision inconsciente dictée par l'automatisme de répétition.

I.3.4. Conclusion

Notre explication des jeux J_1 et J_2 a donc les caractéristiques suivantes :

(1) Elle est complètement déterminée par le processus inconscient défini à partir du trauma; ce qui correspond dans notre modèle au fait que le mécanisme de l'obsession est considéré comme la manifestation consciente des "raisonnements" du jeu "inconscient".

(2) Elle met à jour comme réglant la conduite de l'homme aux rats, le mécanisme, classique en théorie des jeux, de la dissuasion : "si je faisais ceci, je serais puni, donc je ne le ferai pas" ou, comme dit Lacan, "il efface sa jouissance pour ne pas réveiller la colère de son maître." ([7] p. 312)(1)

Elle diffère ainsi de celle de Freud, puisque Freud considère que le processus est du type : provocation envers le père et la dame, punition et conflit entre la fidélité au père et la fidélité à la dame. Mais elle permet d'éviter les faiblesses de cette explication qui consistent, à notre avis, dans le fait :

1) d'introduire des pensées intermédiaires du type "je rendrai l'argent aussi vrai que mon père ou la dame auront des enfants", ce qui semble assez artificiel dans la mesure où ces pensées ne respectent pas la structure des obsessions;

2) de supposer une discontinuité dans le comportement de l'homme aux rats qui provoque le père et la dame impunément dans un premier temps - il pense que le supplice leur arrive au moment du récit du capitaine M. et envisage de revoir la fille de l'aubergiste sans avoir besoin d'accomplir d'acte d'auto-punition - mais aurait besoin de se punir pour la même provocation après l'ordre du capitaine M. de rendre l'argent à A.

II - LE MODELE MATHEMATIQUE ET SON INTERPRETATION

Bien que toute situation où le sujet agit ne puisse pas se formaliser dans des termes aussi simples que ceux utilisés dans les jeux précédents, on peut cependant dégager la forme générale du modèle qui a été introduit dans la première partie pour en étudier les propriétés.

Nous allons donc reprendre successivement les notions de jeu "inconscient",

---

(1) Ceci paraît d'ailleurs contradictoire avec l'interprétation que Lacan donne de l'épisode considéré ici "... trop parfait à en exprimer les termes imaginaires pour que le sujet tente même de le réaliser, de la restitution vaine..." ([8])

de jeu "conscient" et la correspondance qui les associe. Nous verrons alors qu'un tel modèle est déjà suffisamment riche pour prendre en compte des types d'action aussi différents que l'inhibition et la sublimation.

II.1. Le jeu "inconscient"

On a certainement reconnu dans le jeu "inconscient" le schéma du complexe de castration qui nous semble assez bien formalisé par le jeu avec présupposés stratégiques G . Il sera donc repris dans le cadre général sans modifications. Remarquons que G est un jeu abstrait identique pour tous les sujets mais que son interprétation dans l'histoire du sujet est toujours particulière. Il peut, de plus, rendre compte d'autres types de trauma que la peur de la castration comme la peur de la perte d'amour ou de destruction du Moi (voir par exemple [3], [5] chap. III).

Rappelons que G est un jeu avec présupposés stratégiques à 3 joueurs $(i = 1,2,3)$ dont les ensembles de stratégies sont :

$$Y_i = \{y_i^1 , y_i^2\} \qquad i = 1,2,3$$

où les sous ensembles considérés par les joueurs sont :

$$\mathcal{B}_i = \{\{y_i^1\},\{y_i^2\} , \{y_i^1 , y_i^2\}\} \qquad i = 1,2,3$$

avec des présupposés stratégiques T_i vérifiant :

$$T_1(Z_2 \times Z_3) = \{y_1^1\} \text{ pour tout } Z_2 \in \mathcal{B}_2 , Z_3 \in \mathcal{B}_3$$

$$\begin{cases} T_2(Z_1 \times Y_3) = Y_2 \text{ et } \tau(Z_1 \times Y_3) = y_2^1 \\ T_2(Z_1 \times \{y_3^1\}) = \{y_2^2\} = \tau(Z_1 \times \{y_3^1\}) \\ T_2(Z_1 \times \{y_3^2\}) = \{y_2^1\} = \tau(Z_1 \times \{y_3^2\}) \end{cases}$$

$$T_3(Z_1 \times Z_2) = \{y_3^1\} .$$

D'un point de vue général, y_2^1 correspond au désir infantile, y_2^2 à son inhibition et y_3^1 au trauma (voir par exemple [3]).

II.2. Le jeu "conscient" et la correspondance "inconscient-conscient"

Le jeu conscient consiste en un jeu avec présupposés stratégiques J qui formalise comment le Moi du sujet perçoit et réagit devant une situation à l'aide de mécanismes de défense. Pour simplifier, nous supposerons que cette situation comporte trois joueurs, mais on pourrait formaliser à l'aide de ce modèle une situation avec un nombre quelconque de joueurs. Elle est vue du point de vue du joueur 2.

Ce j.p.s. est la donnée :

. de joueurs $i = 1,2,3$.

. d'ensembles de stratégies X_i représentant les stratégies possibles des différents joueurs i dans la situation envisagée

. d'ensembles $\mathcal{A}_i$ consistant en parties U_i de X_i.

$U_i \in \mathcal{A}_i$ signifie que U_i est perçue consciemment par le joueur i comme une possibilité d'action(1). La sélection d'un ensemble $\mathcal{A}_i$ particulier formalise la manière dont i perçoit la réalité; c'est donc un trait important des mécanismes de défense du Moi.

. d'applications R_i (i = 1,2,3) où

R_1 est une application de $\mathcal{A}_2 \times \mathcal{A}_3$ dans $\mathcal{A}_1$

R_2 " " " " $\mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_3$ dans $\mathcal{A}_2$

et R_3 " " " " $\mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_2$ dans $\mathcal{A}_3$

appelés présupposés stratégiques des joueurs. Ceux-ci sont utilisés pour formaliser les raisonnements qu'un joueur fait sur la stratégie à adopter, en fonction des informations qu'il reçoit. Les R_i sont déterminées par les identifications du joueur 2 qui lui permettent de raisonner à la place des autres joueurs.

Enfin, pour décrire l'action du sujet, il faut se donner une fonction de choix ρ qui, elle, est inconsciente en général, mais compatible avec la conscience, dans le sens suivant :

$$\rho(U_1 \times U_3) \in R_2(U_1 \times U_3) \text{ pour tout } U_1 \in \mathcal{A}_1 ,\ U_3 \in \mathcal{A}_3 .$$

L'hypothèse principale du modèle est alors que le jeu avec présupposés stratégiques J est déterminé par le jeu G au sens qu'il existe une correspondance de G vers J permettant de reconstituer J à partir de G et donc le comportement conscient du sujet à partir des mécanismes inconscients.

Plus précisément, cette correspondance consiste en trois données :

. une correspondance entre les joueurs de G et les joueurs du jeu J ;

. une correspondance, pour chaque joueur i (noté F_i), entre ses stratégies dans le jeu "inconscient" et les sous ensembles de ses stratégies dans J ;

. une correspondance (notée f), pour le joueur 2, entre ses stratégies dans le jeu "inconscient" et ses stratégies dans le jeu J avec :

$$f(y_2) \in F_2(y_2) \text{ pour toute stratégie } y_2 \in Y_2 .$$

Cette dernière relation exprime que $F_2(y_2)$ est la perception consciente de la correspondance entre y_2 dans G et $f(y_2)$ dans J , $f(y_2)$ restant inconsciente.

Cette correspondance entre J et G , bien que largement utilisée dans la

(1) Le fait qu'un joueur i puisse découper des parties de X_i est dû au langage qui définit des sous ensembles de stratégies plutôt qu'une stratégie bien définie.

littérature pour décrire la compulsion de répétition ([4], première partie), le transfert ou l'acting out, n'a pas reçu une élaboration suffisamment précise pour justifier complètement cette formalisation. Toutefois, il semble que la notion de signifiant dégagée par Lacan soit la plus proche de notre démarche.

Voyons maintenant comment, à partir de G et des correspondances (F_i) et f, on obtient le jeu J (1).

. $\mathcal{A}_i$ est obtenu à l'aide de F_i comme l'ensemble des parties de X_i de la forme $F_i(Z_i)$ (2) où $Z_i \in \mathcal{B}_i$

. R_i est obtenu à partir des F_i et de T_i de la manière suivante (par exemple pour R_1) :

$$R_1((U_2) \times (U_3)) = F_1[T_1(F_2^{-1}(U_2) \times F_3^{-1}(U_3))]$$

pour tout $U_2 \in \mathcal{A}_2$, $U_3 \in \mathcal{A}_3$

. ρ s'obtient enfin à partir des F_i, de f et τ par :

$$\rho((U_1) \times (U_3)) = f\,[\tau\,(F_1^{-1}(U_1) \times F_3^{-1}(U_3)]$$

II.3. <u>Conséquences de la modélisation</u>

Envisageons pour terminer les conséquences de cette modélisation en ce qui concerne le comportement du sujet. Deux résultats, et deux seulement, sont possibles (avec les notations du § II.1.).

(1) Il adopte comme solution $f(y_2^1)$.

On peut voir que cela n'est le cas que si $F_3(y_3^1)$contient $F_3(y_3^2)$ car c'est la seule configuration qui empêche le sujet d'avoir des informations sur le comportement du joueur 3 dans le jeu J. En effet :

$$R_3(U_1 \times U_2) = F_3T_3(F_1^{-1}(U_1) \times F_2^{-1}(U_2)) = F_3(y_3^1)$$

d'autre part :

$$R_2(U_1 \times F_3(y_3^1)) = F_2\,[T_2(F_1^{-1}(U_1) \times \{y_3^1\ ,\ y_3^2\})] = F_2(Y_2)$$

et $\rho\ (U_1 \times F_3(y_3^1)) = f\,[\tau(F_1^{-1}(U_1) \times \{y_3^1\ ,\ y_3^2\})] = f(y_2^1)$.

Donc les raisonnements conscients du sujet sont alors : "le joueur 3 joue toujours $F_3(y_3^1)$; dans ce cas je joue $F_2(Y_2)$" et sa décision inconsciente est de jouer $f(y_2^1)$.

Aussi dans cette situation, la décision inconsciente du sujet correspond à

(1) Mathématiquement il s'agit de construire J comme jeu image de G au sens de [10] (chap.V) auquel on se rapportera pour plus de détails.

(2) $F_i(Z_i)$ note l'ensemble $\{x_i | x_i = F_i(y_i)\ y_i \in Z_i\}$ et $F_i^{-1}(U_i)=\{y_i | F_i(y_i)$ est contenue dans $U_i\}$

ce qu'on pourrait appeler une sublimation du désir infantile y_2^1 . Ceci n'est possible que si le trauma est "bien refoulé" au sens où il "englobe" la représentation de y_3^2 , $F_3(y_3^2)$ (voir à ce sujet [13]).

(2) Il adopte comme solution $f(y_2^2)$.

C'est le cas lorsque $F_3(y_3^1)$ ne contient pas $F_3(y_3^2)$. On a en effet encore :

$$R_3(U_1 \times U_2) = F_3(y_3^1)$$

mais : $R_2(U_1 \times F_3(y_3^1)) = F_2(T_2(F_1^{-1}(U_1) \times \{y_3^1\})) = F_2(y_2^2)$

et $\rho\ (U_1 \times F_3(y_3^1)) = f(T_2(F_1^{-1}(U_1) \times \{y_3^1\})) = f(y_2^2)$.

Par suite, ici, le signal de la peur du traumatisme parvient à la conscience du sujet et il choisit de renoncer au désir. Cette situation est donc celle de l'inhibition dont le comportement de l'homme aux rats dans J_1 et J_2 est un exemple.

En conclusion, ce modèle utilise certains concepts de la psychanalyse pour formaliser l'inconscient dans ses rapports avec la conscience.

Cependant la modélisation amène aussi à préciser des points restés dans l'ombre en ce qui concerne :

. le trauma, considéré comme un jeu accompagné de "raisonnements", le jeu "inconscient".

. Les correspondances, construites à partir tant de l'histoire infantile du sujet que de ses mécanismes de défense.

Sous ces hypothèses, un tel modèle permet de concevoir que la compulsion de répétition, à elle seule, est suffisante pour expliquer, suivant la situation, qu'un même sujet adopte des comportements aussi différents que la sublimation ou l'inhibition.

BIBLIOGRAPHIE

[1] FREUD S., Cinq Psychanalyses, Paris, Presses Universitaires de France, 1954.

[2] FREUD S., "L'homme aux rats. Protocole original du cas", Rev. Franç. Psychanal., n° 4 (1971), 475-526.

[3] FREUD S., Inhibition, Symptôme, Angoisse, Paris, Presses Universitaires de France, 1951.

[4] FREUD S., Essais de Psychanalyse, Paris, Payot, 1970.

[5] KHAN M., Le Soi Caché, Paris, Gallimard, 1976.

[6] LACAN J., "Le Séminaire sur la lettre volée" dans Ecrits, Paris, Seuil, 1966.

[7] LACAN J., Le Moi dans la théorie de Freud et dans la technique de la

psychanalyse, Paris, Seuil, 1978.

[8] LACAN J., "Fonction et champ de la parole" dans Ecrits, Paris, Seuil, 1966.

[9] LACAN J., "Le mythe individuel du névrosé", Ornicar ?, N° 17/18 (1979), 291-307.

[10] LEVINE P., Jeux avec Présupposés Stratégiques, Thèse d'Etat, Université Paris VI, 1979.

[11] LUCE D. et RAIFFA H., Games and Decisions, New York, Wiley, 1957.

[12] PLON M., La théorie des jeux : une politique imaginaire, Paris, Maspero, 1976.

[13] ROHEM G., "La sublimation", Rev. Franç. Psychanal., N° 5-6 (1979), 807-822.

[14] SAFOUAN M., Etudes sur l'Oedipe, Paris, Seuil, 1974.

[15] VON NEUMANN J. et MORGENSTERN O., Theory of games and economic behavior, Princeton University Press, 1947.

[16] ZETZEL E., "Notes supplémentaires sur un cas de névrose obsessionnelle", Rev. Franç. Psychanal., N° 4 (1967), 525-538.