

B. MONJARDET

Avant-propos

Mathématiques et sciences humaines, tome 43 (1973), p. 5-6

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1973__43__5_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

AVANT-PROPOS

par

B. MONJARDET

L'actualité se charge périodiquement de remettre en lumière le thème de l'agrégation des préférences, ce qui n'a rien d'étonnant si l'on réfléchit à tous les domaines de la vie sociale et même individuelle où il est présent ; ce thème a d'ailleurs une longue histoire qu'avait brillamment esquissée G.-Th. Guilbaud dans son article d'économie appliquée, en 1952 : « Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation ». Partant des travaux de Condorcet, l'auteur évoquait, entre autres, ceux de Borda, Cournot, Paréto, Walras, pour en arriver par des voies personnelles aux résultats alors tout récents d'Arrow (1951). Depuis cette date, les recherches mathématiques sur l'agrégation des préférences se sont développées de façon quelque peu disparate mais néanmoins continue ; en schématisant, on peut distinguer dans l'ensemble de ces travaux deux grands types de méthodes : les unes que nous qualifierons de descriptives ou statistiques, les autres de théoriques ou d'axiomatiques. Dans les premières, on étudie des règles d'agrégation, des procédures de votes usuelles ; on relève leurs propriétés, éventuellement les paradoxes auxquelles elles conduisent. C'est ainsi que Condorcet montre les paradoxes de la règle où chaque votant indique uniquement son candidat préféré ; il définit alors une nouvelle règle — majorité simple sur tous les couples de candidats — dont il s'aperçoit qu'elle conduit à un nouveau paradoxe : l'intransitivité éventuelle de la préférence collective. Dans le second type de méthodes dont Arrow fut le pionnier, on définit *a priori* les principes que doit vérifier une procédure de vote et on en déduit la forme de ces procédures ; on sait que les axiomes posés par Arrow conduisaient à une procédure dictatoriale. Cette méthode axiomatique s'est développée depuis sous l'impulsion de différents auteurs et on en trouvera l'essentiel dans le livre récent de A. K. Sen : *Collective choice and social welfare* (1970). On pourra consulter aussi certaines contributions du numéro spécial du *Journal of mathematical sociology*, consacré au choix collectif (juillet 1972) ; les travaux menés dans ce cadre consistent essentiellement en une exploration minutieuse des variantes de la problématique arrowienne : ces variantes concernent la nature des préférences individuelles ou collectives. On peut en effet affaiblir ou renforcer de diverses manières l'exigence pour ces préférences d'être des préordres totaux ; elles concernent aussi le choix des axiomes, ce qui conduit à une discussion sur leur indépendance. On peut ainsi par exemple obtenir des théorèmes d'existence de procédures non dictatoriales, en limitant la souveraineté des votants ou en se bornant à des préférences quasi-transitives.

On peut faire une première remarque sur cette méthode axiomatique ; par définition même elle est liée à un débat non mathématique, d'ordre économique, sociologique, juridique, éthique mêm-

me, sur la validité des hypothèses conduisant à retenir tel type de préférence ou tel axiome. Dans ce débat le rôle du mathématicien n'est pas de trancher mais d'éclairer en montrant les conséquences des hypothèses retenues ; la condition étant que ces hypothèses soient mathématiquement formalisables, ce qui est souvent le cas dans ce contexte des décisions collectives.

Une autre remarque concerne la nature de l'outil mathématique utilisé dans ces recherches ; il s'agit presque exclusivement de l'algèbre des relations binaires ; il semble vraisemblable, bien que peu d'exemples le confirment encore, qu'on puisse utiliser avec profit des instruments plus puissants, que ce soient ceux de l'algèbre et en particulier de la théorie des treillis ou certains de ceux utilisés en théorie des graphes.

Le premier type de méthodes, que nous avons qualifiées de descriptives, étudie les propriétés de procédures de votes ou même se limite à analyser l'ensemble des préférences exprimées par les votants, quitte, si ces préférences paraissent suffisamment cohérentes à les agréger en une préférence collective ; on trouvera développé ce dernier point de vue dans l'ouvrage de A. Degenne, *Techniques ordinales en analyse des données, Statistique* (1972). Les articles de ce numéro de *Mathématiques et sciences humaines* relèvent exclusivement de cette approche descriptive. L'article de F. Mimiague et J.-M. Rousseau fait suite à des travaux antérieurs sur la probabilité de l'effet Condorcet. La note de E. Jacquet-Lagrèze étudie les procédures de vote à seuil α et montre en particulier qu'au choix d'un certain seuil correspond l'exclusion de certains circuits dans le graphe de la préférence collective. Dans l'article de J. Feldman, on définit des procédures de votes par la méthode métrique classique en statistique descriptive : chercher un résumé des données à « distance minimum » de ces données ; ici les données étant des ordres totaux, on définit suivant le choix de l'expression « distance minimum » des ordres centraux, médians ou moyens par rapport aux données. L'article sur les ordres médians étudie plus particulièrement les propriétés de ces ordres médians, pour une opinion, qui n'est pas nécessairement composée d'ordres totaux. Cette démarche statistique conduit ainsi à des types de problèmes formellement analogues à ceux rencontrés dans d'autres contextes : comparaison par paires, choix en présence de critères multiples, analyse hiérarchique et classification automatique, etc. ; dans tous ces cas on a un ensemble de données constitué par des relations et on cherche soit à résumer ces données soit à leur ajuster un modèle d'un certain type ; dans les deux cas on utilise souvent la procédure métrique de « distance minimum ». L'article de G. Ribeill étudie des problèmes de ce type qu'il rapproche des problèmes d'équilibrage dans un graphe. Dans cette voie, les recherches mathématiques sur l'agrégation des préférences contribuent ainsi à l'élaboration d'une analyse des données « qualitatives » qui se révèle de plus en plus nécessaire pour les sciences humaines.