

Problèmes d'enseignement

Mathématiques et sciences humaines, tome 18 (1967), p. 47-60

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1967__18__47_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1967, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PROBLEMES D'ENSEIGNEMENT

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LES FACULTÉS DES LETTRES ET SCIENCES HUMAINES

Dans cette rubrique, nous avons déjà donné des informations dans les bulletins n° 16, p. 43 et 17, p. 49. Cette fois-ci, nous publions d'une part le projet de programme de seconde année en premier cycle Psychologie, qui servira à bâtir le prochain séminaire de septembre 1967, préparatoire à la mise en place des mathématiques et de la statistique en seconde année; d'autre part, le programme effectivement enseigné à Aix-en-Provence en première année, et l'enseignement projeté pour la seconde année dans cette Faculté.

PROPOSITION DE PROGRAMME POUR LA SECONDE ANNÉE DU 1^{er} CYCLE

PSYCHOLOGIE

Les recommandations de la commission de Psychologie, puis la discussion qui eut lieu au séminaire de Nanterre, en Septembre 1966 *, proposèrent comme programme de Mathématiques et Statistiques en seconde année du 1^{er} Cycle de Psychologie:

- 1 - Ordres partiels et complets, échelles, types d'ordre.
- 2 - Mesure et approximations.
- 3 - Algèbres de Boole.
- 4 - Probabilités: principales lois, variables aléatoires, moments.
- 5 - Statistique: estimation; tests, méthodes non paramétriques, plans d'expérience.
- 6 - Éléments de théorie de l'information.

Il a été souligné que les points 2, 4 et 5 sont les plus importants.

Pour enseigner ce programme, on dispose en principe d'une heure hebdomadaire de cours, et d'une heure hebdomadaire de travaux pratiques, si toutefois le texte du décret de Juin 1966 qui ne prévoit qu'une heure hebdomadaire en Psychologie au lieu de 2 en Sociologie est modifié.

Un groupe de travail, désigné au séminaire de Nanterre, a élaboré le projet détaillé ci-dessous, principalement en vue du séminaire de Septembre 1967, préparatoire à la mise en place de la seconde année.

* Cf. Bulletin M.S.H. N° 16, Automne 1966,

Le groupe s'est basé, dans son travail, sur un total de 24 leçons dans l'année.

D'autre part, de façon que l'enseignement des Mathématiques et statistique serve au mieux les besoins de la Méthodologie, elle a conçu un programme en Deux Parties qui pourront être enseignées au cours de l'année scolaire, dans l'ordre:

Première partie: Mesures et Probabilités

Seconde partie : L'inférence statistique.

Cette architecture permet d'appuyer le cours de statistique sur une base solide de Calcul des Probabilités; elle est rendue possible par deux aménagements: d'une part, en fin de première année*, les étudiants auront déjà eu une initiation aux rudiments du Calcul des Probabilités, et à la logique d'un test usuel, celui dit de Khi-deux. D'autre part, en début de seconde année leur seront fournis un formulaire de statistique, et des tables, qui feront l'objet de travaux pratiques de mathématiques; on pourra ainsi familiariser les étudiants avec la manipulation de phénomènes aléatoires, ce qui aura en outre l'avantage que le cours de statistique puisse s'appuyer non seulement sur des bases du Calcul des Probabilités, mais sur une expérience concrète du hasard.

Enfin, le groupe de travail a estimé que la question des plans d'expérience, qui peut faire l'essentiel d'un cours de Maîtrise, pourrait n'être abordée en seconde année qu'à titre d'exercices sur la deuxième partie du cours.

Ce projet a été discuté avec des professeurs de Psychologie de Paris et de Nanterre, et au cours du stage sur l'Algèbre Linéaire de Mars 1967, qui regroupait un certain nombre de représentants de Facultés de Province.

PREMIERE PARTIE

MESURES et PROBABILITES (12 leçons)

1 - ORDRE ET NOMBRES

Echelles: ordre totaux, types d'ordre. Ordre partiels; exemple du produit direct d'ordres totaux ("échelles multidimensionnelles").

Structures numériques fondamentales: nombres décimaux, nombres rationnels (fractions); nombres réels. Addition et ordre des nombres; approximation des nombres réels par des nombres décimaux ou rationnels.

Approximations d'une somme, d'un produit, d'un quotient de deux nombres; bornes d'une approximation.

2 - MESURES

Fonctions numériques; vectoriels de fonction numériques. Fonctions en escalier. Approximations d'une fonction numérique par des fonctions en escalier. Accroissements d'une fonction numérique. Continuité.

Moyennes et moyennes pondérées. Définition de l'intégrale, son calcul, pour les fonctions en escalier, au moyen d'une mesure sur l'ensemble de définition. Valeurs approchées d'une intégrale.

* Ce sera le cas dans certaines Facultés, dont Paris.

Fonctions de répartition; inégalités de la moyenne, densité d'une fonction de répartition absolument continue. Fonctions de répartition usuelles: Laplace-Gauss, Binomiale, Poisson, Exponentielle, Pareto.

3 - PROBABILITES

Evénements; algèbres d'événements. Partitions.

Fonctions numériques associées à une algèbre d'événements (variables aléatoires numériques); espérance d'une variable aléatoire numérique et distributions de probabilité sur une algèbre d'événements. Distribution de probabilités conditionnelles. Espérances conditionnelles. Evénements et variables aléatoires indépendants.

Moments, variance, écart-type d'une variable aléatoire: leurs expressions pour les variables aléatoires usuelles. Addition de variables aléatoires; additivité des espérances.

Covariance de deux variables aléatoires; cas de variables indépendantes: additivité des variances

Distributions bidimensionnelles; coefficients de corrélation et régression.

Inégalité de Bienaymé et Tchébicheff; loi des grands nombres de Bernoulli.

4 - INFORMATION

Eléments de théorie de l'Information: classification (partitions) dans un ensemble fini, subdivisions d'une classification, arbre associé.

Cas où l'ensemble est probabilisé; espérance de la variable aléatoire correspondante (entropie).

Information conditionnelle; exhaustivité.

Remarque:

Pour la partie "mesures", on se bornera à montrer comment l'intégrale généralise le calcul bien connu de la moyenne pondérée d'un ensemble fini de nombres.

On fera voir comment ce calcul se modifie dans le cas où l'on a un ensemble dénombrable (séries à termes positifs: loi de Poisson, distribution géométrique).

Dans le cas des fonctions continues, on fera comprendre que l'intégrale peut être calculée approximativement par des moyennes finies.

En ce qui concerne la théorie de l'information, elle peut ne pas faire l'objet d'un exposé séparé, mais servir d'illustration particulière au concept d'espérance d'une variable aléatoire.

Manipulations accompagnant la première partie

- Tirages dans une urne de Bernoulli, calcul de la fréquence absolue et relative. Graphique de la suite des fréquences relatives en fonction de la taille de l'échantillon (Manipulation à faire avec remise et sans remise).

- Transformation, au moyen des tables, d'un échantillon tiré d'une loi uniforme, en échantillon suivant des lois variées (Laplace-Gauss, Poisson, Khi-Deux, Exponentielle, etc ...)
- Construction de l'histogramme des moyennes pour des tirages répétés d'un échantillon de taille fixe d'une variable aléatoire de Laplace-Gauss ou de Poisson.
- Calcul numérique: calculs d'erreurs, et de l'approximation dans le calcul d'une expression dont les termes ne sont connus eux-mêmes qu'avec une approximation donnée. Calculs approchés d'intégrales ou de sommes de séries au moyen de sommes finies.

SECONDE PARTIE

INFERENCE STATISTIQUE (12 leçons)

1 - ECHANTILLONS ET STATISTIQUES

Urnes de Bernoulli; liste et dénombrement des échantillons de taille n dans le cas des tirages sans remise et dans celui des tirages avec remise. Distribution de probabilité du nombre des réussites: distributions binomiales et hypergéométriques. Comparaison de leurs dispersions.

Fluctuations de la moyenne d'un échantillon de taille n tiré d'une urne de Bernoulli (tirages indépendants); approximation par une distribution de Laplace-Gauss.

Statistiques associées à un échantillon de taille n d'une variable aléatoire: moyenne, variance ou écart-type de l'échantillon, etc ... Distribution de probabilité de la statistique, pour un échantillon résultant de n tirages indépendants, dans le cas de variables aléatoires de loi connue et usuelle: Laplace-Gauss, Poisson, etc ...

2 - ESTIMATION

Familles de distributions hypothétiques sur un ensemble d'observations possibles: paramètres. Paramètres connus et inconnus.

Estimateurs: estimateurs sans biais, estimateurs exhaustifs, estimateurs efficaces (à variance minimum); efficacité asymptotique.

Principales méthodes d'estimation: moindres carrés, maximum de vraisemblance.

Estimation ponctuelle de la composition d'une urne de Bernoulli, de la moyenne et de l'écart-type d'une variable de Laplace-Gauss.

Intervalles de confiance.

Estimation par intervalles; exemple de l'estimation de la moyenne d'une variable de Laplace-Gauss (variance inconnue), de la composition d'une urne de Bernoulli.

Comparaison des moyennes variables de Laplace-Gauss (variances connues), et des compositions de deux urnes de Bernoulli, pour des échantillons indépendants.

3 - TESTS

Tests d'ajustement d'une distribution empirique à une distribution hypothétique; test du χ^2 . Test de χ^2 appliqué à l'hypothèse d'indépendance entre deux variables aléatoires (tableaux de contingence).

Régions de rejet et d'acceptation d'une hypothèse.

Risques de première et seconde espèce associés à un test; puissance d'un test.

Test d'une hypothèse simple concernant une distribution sur l'ensemble des observations possibles: tests de la valeur supposée de la moyenne d'une variable de Laplace-Gauss (écart-type connu).

Test de la comparaison des moyennes de deux échantillons indépendants dans le cas de variables de Laplace-Gauss, d'écart-types connus, et dans le cas de deux variables de Laplace-Gauss de même écart-type inconnu (Student).

Remarques

Cette partie du cours est destinée à initier les étudiants aux méthodes fondamentales de la Statistique Inductive. On s'efforcera donc de leur donner moins de la technique (sauf dans le cas des variables aléatoires usuelles: binomiales, laplaciennes), qu'une compréhension des principes, des règles du jeu, à savoir:

- énumérer et organiser l'ensemble des observations possibles.
- choisir un ou des "résumés" de ces observations (les statistiques).
- faire une hypothèse, sous la forme du choix d'une distribution ou d'une famille de distributions, sur l'ensemble des observations possibles (fréquemment cette "hypothèse nulle" est celle d'une distribution uniforme).
- choisir une règle de décision.

Puis, faire l'observation, en fonction de ce qu'on a constaté, et des règles que l'on s'est donné: décider.

Dans le cas d'une estimation, la décision porte sur la valeur adoptée pour le paramètre à estimer; dans le cas d'un test, sur le rejet, ou le maintien jusqu'à plus ample informé de l'hypothèse.

Bien entendu, on montrera comment on peut essayer de choisir "au mieux", les règles du jeu (choix de la statistique, choix de la règle de décision, choix de la méthode d'observation (échantillonnage) en fonction de la question que l'on se pose.

De plus, il faut faire comprendre à l'étudiant que l'observation faite est une réalisation d'une variable aléatoire, la statistique, dont la loi se déduit de celle de la population parente; c'est pourquoi la première partie du cours de statistique est consacrée entièrement à l'étude de telles variables aléatoires dans le cas le plus simple, celui où la population parente de l'échantillon a une distribution connue. Les manipulations faites en début d'année devront également aider à cette compréhension.

FACULTE DES LETTRES ET SCIENCES HUMAINES
D'AIX-EN-PROVENCE

PREMIERE ANNEE DU 1er CYCLE

Programme du cours de mathématique

A - Construction de P (E)

- 1 (xx) Lexique et syntaxe de la théorie des ensembles finis.
Termes logiques et mathématiques - Ensemble et parties.
- 2 (xx) Lois de composition:
Organisation par inclusion - Simplexe
- 3 (xx) Cardinal $|A \cup B|$ et distance $A \oplus B$
Dénombrement des parties
- 44 (xx) Algèbres sur P (E)
Notions de groupe et d'anneau

B - Ensemble-produit: $E \times F$

- 5 (xx) Correspondances entre ensembles - Vocabulaire
Couple et ensemble-produit - Tableau d'une correspondance
- 6 (xx) Les types de correspondance: fonctions et applications
Injection, surjection et bi-jection
- 7 (x) Relations de E vers E - Tableau, réseau ou graphe -
Propriétés - Equivalence et ordre

C - Dénombrements

- 8 (xx) Ensemble des applications - Loi exponentielle
Ensemble des applications injectives : A_p^n
- 9 (xx) Ensemble des bi-jections - Loi factorielle : $n!$
Permutations avec objets identiques
- 10 (xx) Développement binomial : $(a + b)^n$
Problèmes de combinatoire

D - Liaisons entre structures

- 11 (x) Composition de correspondances: $g \circ f$
Groupe de transformations. Sociétés primitives
- 12 (x) Correspondances entre structures
Isomorphismes et homomorphismes
- 13 (x) Problèmes de valuation et de distance

E - Structures et fonctions numériques

- 14 Chiffres, nombres et structures numériques
Les trois ensembles N , Z et Q
- 15 La fonction linéaire
- 16 La fonction exponentielle
- 17 La fonction logarithme

F - Premiers éléments de probabilités

- 18 (x) Axiome de l'addition des probabilités
Probabilisation d'un simplexe d'évènements
- 19 (x) Probabilités conditionnelles
Axiome de la multiplication
- 20 (x) Les épreuves répétées

(xx) : questions effectivement traitées au cours du 1er semestre 1966-1967.

(x) : questions qui semblent pouvoir être traitées au cours du 2ème semestre 1966-1967.

DEUXIEME ANNEE DU 1er CYCLE

Projet de programme du cours de mathématique

1ère partie: Probabilités

A - Evènements et probabilités

- 1. Construction du simplexe des événements
- 2. Opérations et relations sur les événements
- 3. Correspondance et probabilités
- 4. Axiomes des probabilités

B - Aléas numériques discrets à une dimension

- 5. Notions de combinatoire (reprise)
- 6. Loi binomiale (Aléa de Bernoulli)
- 7. Moments d'un aléa (ou variable aléatoire)
- 8. Espérance et variance

54.

C - Aléas numériques continus

9. De la binomiale à la loi de Laplace-Gauss
10. Espérance. Variance
11. Convergence

D - Aléas à deux dimensions

12. Espérance et covariance
13. Corrélacion et régression

2^{ème} partie: Inférence statistique

E - Notions sur la théorie de l'échantillonnage

14. Population parente et échantillon au hasard
15. Fluctuations des valeurs caractéristiques d'un échantillon
16. Le tirage au hasard. Ses réalisations: types de sondages
17. Intervalles de confiance

F - Décision statistique

18. Hypothèses à tester. Risques. Significativité des résultats
19. Types d'échantillons: appareillés et non appareillés
20. Différences de fréquences
21. Différences de moyenne
22. Signification d'une corrélation

3^{ème} partie: Statistiques et vectoriels

23. Synthèse algébrique du cours
24. Introduction au calcul linéaire

N.B.: Les étudiants n'ayant pas obtenu 2 certificats de la licence de psychologie se retrouveront en 2^{ème} année du premier Cycle sans initiation mathématique, d'où la nécessité en 1967-1968 de procéder à un rappel du cours de 1^{ère} année.

**ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DANS LES FACULTÉS DES LETTRES ET SCIENCES HUMAINES**

INFORMATIONS COMPLÉMENTAIRES

Le Centre de Mathématique Sociale et de Statistique de l'Ecole Pratique des Hautes Etudes organise du 25 au 29 Septembre 1967 à Paris, un stage sur la première partie du programme de seconde année: "Mesures et Probabilités".

Un stage sur la seconde partie du programme "Inférence statistique" aura lieu au mois de Février.

A l'issue du stage de Septembre, deux journées sur la psychologie seront organisées par des professeurs de psychologie à l'intention des mathématiciens enseignant aux psychologues.

OFFRE D'EMPLOI

" Des Laboratoires CNRS Marseille recherchent Licenciés Mathématiques appliquées, DEA Statistique ou diplôme ISUP, Ecole Ingénieurs, connaissances des ordinateurs, pour recherches sur méthodes mathématiques appliquées à médecine et sciences humaines, en particulier taxinomie numérique (classification automatique).

Deux à trois postes libres imméd. ou Octobre 1967. Envoyez CV détaillé à M. BORILLO, C.A.D.A. - C.N.R.S., 31 Chemin Joseph Aiguier, 13 - Marseille, 9ème."

CORRESPONDANCE

A PROPOS DE VOTES

Les questions de vote constituent une source inépuisable d'exercices de combinatoire et d'algèbre; ils peuvent en particulier être l'occasion de faire préciser les notions d'application, de surjection, d'injection, de partition et de permutation.

Nous en avons déjà donné des exemples dans Mathématiques et Sciences Humaines, n° 4 (G. Th. GUILBAUD et P. ROSENSTIEHL, Analyse Algébrique d'un scrutin) ainsi que dans le Volume 1 des Cahiers Mathématiques (Gauthier-Villars et Mouton), Exercice n° 1, p. 13.

L'intérêt des histoires vécues que François LATREILLE nous communique ci-dessous est de fournir matière à quelques exercices simples, et réalistes puisque extraits d'une situation réelle.

Nous soumettons sa lettre à l'art inventif de nos lecteurs; pour que les énoncés d'exercices qu'ils pourront tirer de ce texte profitent à tout le monde, et non à leurs seuls étudiants, qu'ils nous envoient ces énoncés: ils pourront être publiés, soit dans le Bulletin M.S.H., soit dans un prochain fascicule d'exercices corrigés. (N.D.L.R.)

1^e histoire vécue:

Une assemblée de Mathématiciens à laquelle je participais récemment se trouva avoir à désigner deux représentants, respectivement titulaire et suppléant.

Les responsables de l'organisation du vote, bien que mathématiciens, crurent judicieux d'établir deux listes de candidatures, une pour chaque représentant à élire, tout en décidant un vote simultané pour ces deux élections.

Les bulletins de vote se présentèrent ainsi:

<u>TITULAIRE</u>	<u>SUPPLEANT</u>
Candidats:	Candidat:
X	X
Y	Y
	Z
Un nom au plus doit subsister dans chaque colonne	

Le dépouillement fit apparaître les résultats suivants (58 exprimés):

<u>TITULAIRE</u>	<u>SUPPLEANT</u>
X : 50 voix - élu	X : 7 voix
Y : 8 voix	Y : 23 voix
	Z : 27 voix - élu
	(1 vote blanc)

Sans surprise j'ai constaté que la majorité des électeurs favorables à Y avaient déposé dans l'urne le bulletin suivant:

<u>TITULAIRE</u>	<u>SUPPLEANT</u>
Y	Z

Vote à priori logique puisqu'il exprimait la volonté de ne pas élire X.

Or, si trois d'entre eux seulement avaient eu l'idée de voter:

<u>TITULAIRE</u>	<u>SUPPLEANT</u>
Y	Y

cela aurait suffi à ramener Z à 24 voix et Y à 26, donc Y aurait été élu suppléant.

Moralité: les partisans de Y ont voté contre lui et l'ont fait battre par Z.

P.S. Nous ne fûmes pas plus de trois parmi les 58 à émettre un vote comportant 2 fois le même nom ...

2^e histoire vécue:

Cette autre assemblée, plus nombreuse et non mathématicienne, qui devait élire un bureau, a eu une autre idée originale:

27 candidats s'étant déclarés pour 25 postes à pourvoir, il fut décidé que chaque bulletin de vote devrait comporter, sous peine de nullité, 25 noms exactement.

Partisans et adversaires de ce mode de scrutin s'affrontèrent au nom de la Démocratie ou avec d'autres arguments. Et je ne parvins pas à leur faire remarquer que le rapport du nombre de noms par bulletin au nombre de candidats déterminait mathématiquement le pourcentage moyen de suffrages recueillis par candidats:

ici $\frac{25}{27} = 95$ pour 100 environ. Par suite, ce pourcentage, puisqu'il était connu

a priori, perdait a posteriori toute valeur significative.

Résultats:

10 élus reçurent la totalité des suffrages

le dernier élu (25^e) reçut 78 pour 100 des suffrages

les candidats non élus en reçurent respectivement 70 et 65 pour cent.

Le vote était-il aberrant pour autant ? Gardons-nous de le penser. Si en effet nous étudions la manière dont chaque votant remplit son bulletin, il apparaît que son choix consiste précisément à barrer 2 noms parmi les 27 proposés, la totalisation visant ensuite à exclure les deux noms les plus fréquemment barrés: vote "négatif" donc si on veut, vote tout de même et parfaitement naturel, pourvu qu'on ne cherche pas à en déduire ce qu'il n'a pas prouvé.

Ainsi les 10 "plébiscités" doivent retenir qu'ils ont reçu seulement l'avis que pour personne ils n'étaient l'un des 2 plus mauvais parmi les 27; peut être que s'il avait été possible d'en barrer trois, certains de ces 10 seraient tombés bien bas ...

Il n'en reste pas moins que si on avait admis par exemple jusqu'à 10 noms rayés par bulletin, le nombre moyen de noms par bulletin ne serait vraisemblablement pas descendu à moins de 21 (6 rayés en moyenne), auquel cas le pourcentage moyen de suffrages par candidats serait descendu à $\frac{21}{27} = 78$ pour cent, ce qui n'est pas si mal!

Evidemment les pourcentages individuels auraient été différents (sans doute aucun candidat n'aurait atteint les 100 pour 100); l'ordre relatif aurait très probablement varié; cependant les candidats non élus auraient pu rester les mêmes. Mais il s'agit là de conjectures ...

P.S. Quant à la commission de dépouillement, il est intéressant de noter qu'elle passa une heure à totaliser les suffrages reçus par chaque candidat, alors qu'elle aurait pu en quelques minutes décompter les votes négatifs (noms rayés). Ceci fait apparaître le fait que les responsables du vote n'avaient effectivement pas conscience du caractère particulier de ce mode de scrutin, valide en soi répétons-le, mais dual des modes habituels

Histoires vécues par F. Latreille.

Février 1967

**CONFERENCE INTERNATIONALE
DE TRAITEMENT AUTOMATIQUE DES LANGUES 1967**

La prochaine conférence internationale sur le traitement automatique des langues aura lieu à Grenoble du 23 au 25 Août 1967 dans les locaux du Centre d'Etudes pour la Traduction Automatique situé sur le Domaine Universitaire de Saint Martin d'Hères.

Adresse: C.E.T.A. B.P. N° 8
38, Saint Martin d'Hères.

Programme : Les grands thèmes des conférences sont:

- Théorie des Langages.
- Traitement des Langages.
- Données Linguistiques.

Inscription : Peut s'inscrire au Congrès, toute personne s'intéressant à titre particulier au traitement automatique des Langues et toute personne représentant une institution scientifique.